واقعيــة كيانات الرياضيات

بيــن التـأييـد والتفنيـد

وأثر ذلك فى طبيعة البناء المعرفى

دكتــور

محمد محمد على قاسم

كلية الآداب – جامعة الإسكندرية

1995م

دار المعرفة الجامعية

40 ش سوتير – الأزاريطة

ت : 4830163


بسم الله الرحمن الرحيم

إهــداء

إلى الإنسان الحــر

من ينشد الصدق غايــة

ويتخـــذه وســـيلة

محتويات البحث

مقـدمـة

هذا بحث فى فلسفة الرياضيات ومن ثم ينطوى تحت إطار أشمل هو فلسفة العلم . فإن كـانت فلسـفة العلم حركـة نقديـة واعيـة تتنـاول بـالفحص والتدقيق مبادئ وأسس أى نسق علمى وعلاقتها بالنظريات والنتائج المشتقة منها ، بالإضافة إلى فحص وتحليل بعض المفاهيم التى يستند إليهـا العلمـاء فى دعم استدلالاتهم . فقد جاءت فلسـفة الرياضيـات لتؤكـد هـذا القـول فـى نطاق موضوعات بحثها ، وبيان ذلك حين تبدأ بوضع تعريفات للرياضيـات فـى ضـوء موضوعاتهـا ، ومناقشـة الأصـول التـى نشـأت عنهـا تلـك الموضوعـات، ثـم فحـص البنـاء الاسـتنباطى المحكـم ، كمـا تعنـى فلسـفة الرياضيات بمناقشة أصل التفكير الرياضى وسبل المعرفة الرياضية .

وتعد كيانات الرياضيات Mathematical entities اللبنـة الأساسيـة لقيام فلسفة الرياضيات ، وقد جعلنا القـول بواقعيـة هـذه الكيانـات موضـوع بحثنـا ، ومثـال عليهـا : الأعـداد والـدالات وقيـم الصـدق والمجموعـات والبديهيات والأصول الأوليّه ... إلخ .

وتدور فصول هذا البحث فى فلـك محـدد يبحـث عـن إجابـات لأسـئلة تعبر عن فروضه الأساسية منها :

- هل للكيانات الرياضية وجودا بوصفها موضوعات مجردة ؟
- هل تتمتع فى حالة التسليم بوجودها باستقلال عن عقل الإنسان ؟
- كيف يتسنى لنا –بوصفنا نشغل حيزا زمكانيا – أن نـدرك تلـك الكيانـات التى قد لا تشغل حيزاً زمكانياً ؟

- بل ، كيف يتسنى للانسان أن يعرف شيئاً عنها على سبيل اليقين ؟

- وما طبيعة البناء المعرفى بصفة عامة ، وطبيعة المعرفة فى الرياضيات بصفة خاصة حال التسليم بوجود هذه الكيانات ، وحال إنكار وجودها ؟

إن الإجابة عن هذه الأسئلة تفترض أن تمتد شعاب هذا البحث فتنطلق من فلسفة الرياضيات إلى مباحث أنطولوجية وأبستمولوجية ، لكنها تتشح برداء ميتافيزيقى حيناً، أو تصطنع أدوات براجماسية حيناً آخر . ترنو إلى واقع مجاوز ومفارق لكل خبرات الإنسان لدى بعض الفلاسفة ، أو تتصاعد باستقراء وسط واقع معيش لدى البعض الآخر .

هذه إذن دراسة نقدية مقارنة بين اتجاهين متضادين فى مدى التسليم بواقعية كيانات الرياضيات . ينطوى الاتجاه الأول على ثلاثة تفسيرات، يقول التفسير الأول منها بواقعية أنطولوجية يضفى بموجبها على موضوعات الرياضيات وكياناتها إستقلالا عن عقول علماء الرياضيات حيث توجد فى عالم خاص بها . بينما ينسب التفسير الثانى الواقعية إلى قيم الصدق وإلى المجموعات ، ويرى فيها أمورا موضوعية مستقلة عن اللغة وعن عقول علماء الرياضيات أيضاً . أما التفسير الثالث فيقول بواقعية الكيانات الرياضية أيضاً ، لكنها واقعية من نوع خاص ، فهى واقعية بعدية فيزيائية تضفى وجوداً ملموساً على الكيانات أو تقول بتموضع مكانى للأفكار . أما الاتجاه الثانى -المضاد للواقعية - فيدعو إلى إعادة صياغة الرياضيات دون تسليم أنطولوجى بالكيانات الرياضية ، وتنحصر مهمة الرياضيات فى حفظ وإبقاء العلم فى صورة نسقية .

وقد عنيت فصول هذا البحث بمناقشة هذين الاتجاهين وما يضمان من تفسيرات . تناول الفصل الثانى التفسير الأول تحت عنوان "الواقعية الأنطولوجية " إنطلاقاً من "أفلاطون" و "مينونج" و "هوسرل" وصولاً إلى

"فريجه" و "جودل" و "بوبر" . وناقش الفصل الثالث واقعية قيم الصدق عند "كواين " وبتنام" . وعرض الفصل الرابع لتفسير كيانات الرياضيات فى إطار الواقع الفيزيائى كما يمثله "بيجلو" و "مادى" . هذا عن تفسيرات الاتجاه الأول القائل بالواقعية ، أما الاتجاه الثانى فقد مثلنا له باثنين من فلاسفة الرياضيات المعاصرين هما "فيلد" و "شيهارا" .

أما الفصل الأول فقد احتوى على محاولة من جانب الباحث يتبنى خلالها فرضاً يقول بواقعية كيانات الرياضيات ، ويضع مجموعة شروط أبستمولوجية يراها كافية فى حالة تحققها من إثبات فرضه . والفرض وإن كان ينطوى على جرأة فهو برئ من أى إجتراء ، فالبحث العلمى صنو للجرأة خصم للاجتراء .

أما الخاتمة فتأتى بمثابة جمع لخيوط تناثرت على صفحات البحث أراد لها الباحث أن تتضافر على نحو إن لم يكن يؤكد فرضه الذى طرحه فى بداية البحث ، فإنها تشير إلى إمكان قيام المعرفة الرياضية إستناداً إلى كيانات رياضية لها ضرورة منطقية وواقعية .

وختاما أسأل الله تعالى أن يحقق غايتى ومقصدى ، والله من وراء القصد .

الإسكندرية 1995/6/17

محمد محمد قاسم

الفصل الأول

كيانات الرياضيات وسبل المعرفة

الفصل الأول

كيانات الرياضيات وسبل المعرفة

متى تحدث الإنسان عن أمر ما فإنه يستند فى حديثه إلى عدة مقومات منها : اللغة ، الاستدلال واللزوم المنطقى ، الشواهد والبينات . ويحاول المتحدث جاهداً أن يقنع من يستمع إليه بأمرين على الأقل : أن موضوع حديثه موجود بالفعل ، وأنه يعرف هذا الموضوع .

ان حاولنا أن نطبق مضمون هذه الفقرة الافتتاحية على أنفسنا ، فإنه ينبغى أن نحدد سمات وخصائص الكيانات الرياضية ، ثم نتحدث بعد ذلك عن سبل وشروط معرفتنا بها . إلا أن هناك ما يشدنى لأن أجعل موضوع حديثى أولا هو فعل "يعرف" واسم "معرفة" ، قبل أن ننتقل إلى مناقشة وجود الكيانات الرياضية ذاتها ؛ وذلك لأن كثيرا من الكتب والبحوث تتحدث عن المعرفة من خلال طبيعتها ومصادرها ومجالاتها دون أن تبدأ بتعريف لها . كما أننا يجب ألا نتحدث عن شئ نعرف وجوده ، إلا بعد مناقشة شروط المعرفة .

يطلق "التهانوى"[1] المعرفة على معنيان ، فهى تقال أولا "للادراك مطلقاً تصوراً كان أو تصديقاً ، ولهذا قيل كل معرفة وعلم فإما تصور أو تصديق " ويميز بين المجالين بقوله : "إن متعلق المعرفة هو البسيط

---

(1) محمد على التهانوى : كشاف إصطلاحات الفنون والعلوم ، تحقيق على دحروج مراجعة رفيق العجم ، مكتبة لبنان ، بيروت ، 1995 ، الجزء الثانى مادة : المعرفة ص 1583 .

الواحد، ومتعلق العلم هو المركب المتعدد" . ويقترب هذا المعنى من المعنى الثانى حيث تقال المعرفة أيضاً "لادراك الجزئى سواء كان مفهوماً جزئياً أو حكماً جزئياً " بينما يقال العلم على إدراك الكلى بصورتيه مفهوماً أو حكماً. وتقال المعرفة ثالثاً لإدراك الجزئى عن دليل ، ويسمى هذا المعنى معرفة استدلالية ، كما تقال لإدراك ينشأ بين إدراكين لشئ واحد إذا تخلل بينهما عدم ، وتقال أخيراً للإدراك الذى هو بعد الجهل ويعبر عنه أيضاً بالإدراك المسبوق بالعدم .

ما نخلص به من هذا التعريف المطول أن المعرفة إدراك واع للمعانى البسيطة أو الجزئية وإن لم يكن كاملاً ، فالإدراك الكامل شأن العلم. كذلك المعرفة إدراك علاقات وتستند فى أحد معانيها على الاستدلال والقدرة على التخيل ، وهى أخيراً إدراك لمعرفة مكتسبة بعد عدم .

والإدراك له أكثر من سبيل فقد يكون إدراكاً حسياً ، أو برهانا عقليا ينطوى على استدلال ، أو إدراكاً عقلياً مباشراً وهو الحدس الذى لايتضمن استدلالاً ولا تسبقه مقدمات . والإدراك فى الحالتين الأخيرتين ينطوى على اعتقاد .

كما أن لهذا الإدراك المعرفى ثلاثة مجالات ، أو عوالم[2] : عالم

---

(2) انظر فى ذلك :

- محمد محمد قاسم : كارل بوبر ، نظرية المعرفة فى ضوء المنهج العلمى . دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، طبعة ثانية 1995. ص 321 .
- ________ : جوتلوب فريجه ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، 1991 ، ص 100 .
- محمود زيدان : نظرية المعرفة ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1989 ص 9: 10 .

فيزيائى إنقسم الفلاسفة بشأن قدرتنا على إدراك ومعرفة محتوياته إلى فريقين ، يرى فريق أن العقل قادر على معرفة ما فى هذا العالم من أشياء ووقائع ، وفريق آخر يرى أننا لانعرف منه سوى ظواهره . والعالم الثانى عالم الحالات الذهنية والنفسية والخبرات الشعورية والأفكار والخيالات ، وتعنى المعرفة هنا بطبيعة الحياة العقلية بين الخصوصية والعمومية . أما العالم الثالث فهو عالم المعرفة الموضوعية كما يسميه أغلب الفلاسفة القائلين بضرورة وجود عالم للحقائق يقيم النظريات والقوانين العلمية وقوانين الرياضيات والمنطق ، بل ويضم أيضاً كافة صور الكيانات الرياضية من أعداد ودالات ومجموعات وغيرها .

وإن كنا قد أشرنا إلى أن المعرفة إدراك ، فلن تتوقف المعرفة عند عتبة الإدراك ، بل إنها تنطلق منه ثم توسع محتواها شيئاً فشيئاً ؛ فتعقد صلة بجميع مناشط العقل الإنسانى فى العلوم المختلفة بالإضافة إلى بقية مباحث الفلسفة الأصيلة . فإذا كانت المعرفة تنشأ فى البداية كثمرة للتقابل والاتصال بين ذات مدركة وموضوع مدرك ، وتتميز من باقى معطيات الشعور من حيث أنها تقوم فى آن واحد على التقابل والاتحاد الوثيق بين هذين الطرفين ، فإنها لا تعبر عن أمر بسيط بل تعبر عن خليط من المعلومات والخبرات والتجارب والتقانات والنظريات والإيديولوجيات والأخلاق يمتد على طول طيف فسيح فى إحدى نهاياته المعطيات الغفل وفى الطرف الآخر سعى نحو الصدق الذى يتجاوز كل فهم البشر ليمتد إلى الالهام والوحى[3] . فإذا نظرنا إلى المعرفة من منظور متخصص وجدنا أن الاتصال أو العلاقة المعرفية ليست واحدة عند جميع الناس ، وإنما

---

(3) أسامة الخولى : "فى مناهج البحث العلمى: وحدة أم تنوع" مجلة عالم الفكر مجلد 20 . عدد 1 . ص 5 .

يتحدد الأسلوب المعرفى الذى أتخذه بتحديد أولوية أحد هذين الطرفين على الآخر .

فإن كانت الذات المدركة تشير إلى فلاسفة الرياضيات خلال نشدانهم معرفة بعينها فإن موضوع المعرفة الذى نقصده فى هذا البحث هو الكيانات الرياضية أى موضوعات مجردة . وعندما تتجه الذات العارفة نحو موضوع مجرد تنشأ مواقف متباينة تفسر طبيعة العلاقة بين الطرفين، منها موقف يسوغ قيام مثل هذه العلاقة المعرفية ينسب إلى الذات قدرات إدراك ملائمة ويضفى على الموضوع وجودا واقعياً . وفى مقابل ذلك يوجد موقف آخر ينكر قيام العلاقة المعرفية على هذا النحو إما لاستحالة وجود مثل هذه الموضوعات المجردة فى عالم خاص بها ، أو لعدم توافر أداة معرفية مناسبة لدى الإنسان لاكتساب مثل هذا النوع من المعارف ، أو لغياب العلاقة العليّة بين طرفى المعرفة ، أو لكل هذه الأسباب جميعاً .

وتفصيل الفقرة السابقة وبيان عناصرها أمر يمكن أن يستغرق فصول هذا البحث بأكمله ؛ ومن ثم علينا قبل تناول التفصيلات الخاصة بوجود كيانات الرياضيات وواقعيتها أن نتعرف على المقصود بالواقعية بصفة عامة والواقعية الأفلاطونية التى إرتبطت فى تاريخ الفلسفة والعلم بموضوع بحثنا بصفة خاصة .

تعريف الواقعية : Realism

الواقعية صفة الواقعى ، والواقعى هو المنسوب إلى الواقع ، من وقع، ووقع الأمر أى تم وحدث بالفعل[4] والواقعية كمذهب فلسفى تطلق على كل

(4) المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم : المعجم العربى الأساسى لجماعة من كبار اللغويين العرب ، لاروس ، 1989 ، مادة : و ق ع ، ص 1326- 27.

نظرية تحقق المثـال أى تعده شيئاً واقعياً ، أو تقدم الواقـع علـى المثـال ، وبيان ذلك أنها تشير إلى تيـارين متعـارضين، ينطـوى الواحد منهمـا علـى عدة رؤى وتفسيرات . أما التيار الأول فيؤمن بوجود كيانات مجردة مستقلة عنا، لها عالمها الخاص ، وتدخل فى هذا التيار الواقعيـة الأفلاطونيـة التـى تقرر أن المثل أحق بـالوجود مـن الأشـياء المحسوسـة باعتبارهـا صــوراً روحانية موجودة خارج العقل الإنسانى فى عـالم حقيقـى هـو عـالم المثـال. كما تدخل واقعيـة الكليـات أو نظريـة الحـدود العامـة فـى هـذا التيـار أيضـا وتذهب إلى أن الكليات Universals سابقة فى وجودها على الأشياء ومـن ثم فلها وجودها المستقل عن تلك الأشياء التى تمثلها . وينـاقض هـذا التيـار النزعة الاسمية nominalism والنزعة التصورية ولكن من وجهتـى نظـر مختلفتين[5] أما الأسمية فمذهب يقول بأن المعـانى لاتتحصـل فـى العقـل إلا إذا أعطيت أسماء ، وأن هذه الأسماء هى اشارات المعانى فى العقل ، فـإذا جردت المعانى من إشاراتها لم يتبق منهـا فـى العقـل شـئ . فـلا وجـود إلا لهــذه الأســماء ســواء فــى العقــل أو خارجــه[6] .أمــا التصوريــة Conceptualism فمذهب يرى أن موضوعات الفكر ومدلولاتهـا الأسـماء الكلية تصورات أو مدركات عقلية ذاتيـة لا توجـد إلا فـى العقـل ، وتتكـون المعرفـة منهـا ، ولا يوجـد مـا يـدل علـى نسبتها إلـى موجــودات خارجـة

---

(5) انظر : المعجم الفلسفى . الصادر عن مجمع اللغة العربيـة ، القـاهرة ، 1979 ، مادة : واقعية . ص : 210 .

جميل صليبا : المعجم الفلسـفى . دار الكتـاب اللبنـانى ، جزء 2 ، مـادة : "الواقعيـة" ص: 552 .

(6) عبد المنعم الحفنى : المعجم الفلسفى، الدار الشرقية . 1990 . مـادة اسمية ص: 21 .

عليها[7].

أما التيار الثانى للواقعية فهو الذى يقرر للواقع الخارج عن التعقل وجودا مستقلا ، ويقيس صدق الكلام بمطابقته للواقع ، فصدق المتكلم مطابقة خبرة للواقع وكذبه عدمها[8] . والصدق والمطابقة لهما صور عدة تخرج عن نطاق بحثنا الذى يستند بصفة أساسية على الواقعية بالمعنى الأفلاطونى وما ينشأ عنه من تأويلات .

الأفلاطونية :

يعنى المذهب الواقعى إذن عندما ننسبه إلى أحد فروع البحث، أن موضوع بحث هذا الفرع يوجد بصورة موضوعية . فإن تساءلنا عما يعنيه المذهب الواقعى فى فلسفة الرياضيات ، وجدنا أنه القول بأن الصور الرياضية وقائع خارجة تفرض نفسها على الذهن فيضطر إلى التسليم بوجودها وكأنها أعيان خارجية . ويسمى الاتجاه الغالب فى هذا السياق بالمذهب الأفلاطونى Platonism ، الذى جاء قياساً على المذهب الواقعى لأفلاطون فى الكليات . وعندما نطبقه على موضوعات بحث تنطوى تحت الرياضيات ؛ تصبح الرياضيات دراسة علمية للكيانات الرياضية ذات الوجود الموضوعى ، ويصبح الحكم على قضايا الرياضيات بالصدق أو الكذب أمر يستند إلى خاصيات لهذه الكيانات ، بصرف النظر عن قدرتنا على تعيين صدقها أو كذبها .

وكان التقليد السائد حتى عصر قريب لدى أغلب المشتغلين بفلسفة الرياضيات ما ترسخ لديهم من أن الأفلاطونية تعنى إضفاء سمات

---

(7) نفس المرجع ، مادة : تصورية ، ص : 60 .

(8) التهانوى : كشاف اصطلاحات الفنون والعلوم . مادة : الصدق ص : 1070.

وخصائص على الكيانات الرياضية مستوحاة من نظرية أفلاطون في المثل. منها أن هذه الكيانات مجردة وتقع خارج نطاق المكان الفيزيائى كما أنها خالدة وثابتة وتوجد بالضرورة ، بغض النظر عما يعترى العالم الفيزيائى من تقلبات حادثة . أما معرفتنا بهذه الكيانات فهى فى غالب الأمر معرفة قبلية تتسم باليقين ، لأن الخبرة الحسية لا يُعوّل عليها هنا حيث ترتبط بما تكون عليه الأشياء ولا تنبئنا بما يجب أن تكون عليه(9) .

اتجاهات مضادة :

من الطبيعى أن تنشأ مواجهات حادة مع المذهب الأفلاطونى فى الرياضيات الذى رأى فيها علما موضوعياً ، من قبل اتجاهات مضادة للواقعية وما يترتب عليها من موضوعية مزعومة . سنعرض فى الفصول القادمة لمظاهر تأييد الواقعية كما سنعرض لمظاهر تفنيدها ، ونكتفى هنا بعرض الملامح العامة لمناهضة الواقعية بعد أن عرضنا لمقصودنا بها.

هناك مواجهة مع المذهب الحدسى Intuitionism فى مسألة موضوعية الكيانات الرياضية . تظهر علامات المواجهة بصورة واضحة مع معتنقى المذهب الحدسى التقليدى ، وهم رياضيون يقولون أن الرياضة لها مادة معينة تحتاج إلى تجربة خاصة لادراكها هى الحدس الرياضى، وهو حدس بالمعنى الكانطى ينطوى على تجربة حسية وذهنية معا يوفرها المكان والزمان . ذلك الحدس التجريبى القبلى هو سبيلنا الوحيد نحو الكشف الرياضى . أما المذهب الحدسى الجديد Neo- Intuitionism فقد جاء أقرب إلى الحدس الرياضى على يد "براوور" و "فايل" و "هايتنج" ، ومن ثم اختلف فى نتائجه عن المذهب السابق ، بل وجاء فى رأينا أقرب

---

(9) Maddy, P., Realism In Mathematics, Clarendon Press, Oxford. 1990. P.21.

إلى الواقعية الرياضية ، والشاهد على ذلك ما يذهب إليه "هايتنج" من أن موضوعات الرياضيات هى أمور مستقلة عن التجربة الخارجية الحسية، كما أنها ليست صورية بالمرة ، لكنها تظل "أمورا موضوعية لاتوجد إلا فى الفكر "[10].

ونشأت المواجهة الثانية مع النزعة الشكلانية Formalism التى يرى أصحابها أن رموز الرياضيات ودالاتها بمثابة أشكال جوفاء لا تشير إلى مضمون ، وأن ما ينشأ بينها من علاقات لا يزيد عن كونه عمليات آلية ليست لها دلالة بعينها أو واقعا محددا . إن الرياضيات ليست سوى مجرد تلاعب مبهر بالعلاقات طبقا لمجموعة من القواعد التعسفية . وكانت حمى الجدل والنقاش بين هؤلاء والقائلين بموضوعية الرياضيات وواقعيتها عالية الوطيس ، وبلغت أوجها مع جوتلوب فريجه[11] .

أما المواجهة الثالثة فكانت مع بعض أنصار النزعة المنطقية التى ترد كل الظواهر إلى أسباب منطقية ويفسرها أصحابها بأسلوب منطقى ودارت المناقشات حول مدى حاجتنا لافتراضات رياضية تتخطى فى وجودها ودورها افتراضات المنطق[12] . ونعلم أن أتباع المذهب اللوجستيقى قد دفعوا بهذه المواجهة إلى أبعد مدى فى قولهم بأن الرياضيات الخالصة هى أحد فروع المنطق الصورى ، والدليل على ذلك أنها لاتحتوى غير صور المنطق وحده أى ثوابته . وأن التمييز بين هذين العلمين هو أمر مصطنع

---

(10) Ibid. P., 28.

وانظر : محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة ، دار النهضة العربية ، بيروت 1969 ، ص : 159 : 161 .

(11) محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص 37: 38 .

(12) Maddy, P., Op.cit.,

ولا يخلو من تعسف . والحقيقة لديهم أن الرياضيات تشتق من المنطق كفرع له فى نسق علمى واحد . ويعبر "رسل" عن هذه الدعوى بقوله : "إنهما لايختلفان إلا كما يختلف الصبى عن الرجل ، فالمنطق هو صبا الرياضة والرياضة رجولة المنطق"[13] .

وكما أن القول بواقعية كيانات الرياضيات بالاضافة إلى الكليات كان له من المناصرين عددا وفيرا ، إمتد من أفلاطون حتى " فريجه" و "جودل" و "بوبر" ثم "كواين" و "بتنام" وصولاً إلى "مادى" و "بيجلو" مع اختلاف فى درجات تأييدهم وسبل تفسيرها بل وتأويلها . فإن مجموعة من مناهضى القول بالواقعية قد شمروا عن سواعدهم وتفرغوا لنقد وتفنيد ما أتى به خصومهم . يرى أنصار هذا الفريق ومنهم "جوتلب" و "فيلد" و "شيهارا" و "دميت" أن نهج القائلين بالواقعية فى التمسك بتلك الابستمولوجيا العقلية هو ضرب من التصوف أو التأمل الخالص ويفتقر إلى أساليب وخصائص المعرفة العلمية ، وأن هذا الأسلوب المعرفى جاء –على نمط الأنطولوجيا الذى يدور فى فلكها– غامضا ومبهما ويفتقر إلى الوضوح .

ونعرض لنماذج من أقوال هذا الفريق ، يقول "جوتليب" : إن الكيانات المجردة تعد أموراً غامضة ينبغى علينا تجنبها مهما كانت عاقبة ذلك" . ويقول "فيلد" إن على القائل بالواقعية أن يصادر على وجود علاقة، لكنها علاقة غير فيزيائية – وهو يستنكر هنا إمكان قيام مثل هذه العلاقة– ويستطرد : فإن كان ثمة تحصيل معرفى فهو بلا شك تحصيل يكتنفه الغموض" . ويذهب "شيهارا" منتقداً "جودل" أحد كبار القائلين بالواقعية إلى حد القول : "إن من يسلم من الواقعيين بحدس "جودل" يشبه من يسلم بتلك الخبرات المبهمة التى توصف بأنها "خبرات صوفية" يجعلها صاحبها –فى

---

(13) محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة ، ص : 124 : 125 ، ص : 143 .

رأى شيهارا- مقدمة كافية لتبرير الاعتقاد فى وجود "اللـه" . ويصف "دميت" موقف من يستند إلى حدس "جودل" بأنه "يدق جرس الخرافة فى أروقة وأبهاء الفلسفة"(14) .

تكشف هذه الأقوال فى مجملها عن دوافع الاحتجاج لدى مناهضى الواقعية ، فالمعرفة الرياضية لدى خصومهم من الواقعيين لاتستند إلى علاقة عليّه، وهى العلاقة الأثيرة فى بناء المعرفة فى إطار المذهب التجريبى . كما أن التأمل لايشكل فى نظرهم سبيلا مأمونا لتحصيل معرفة علمية . بالاضافة إلى أن ما تتصف به قضايا الرياضيات من قبلية ويقين لاتؤيده شواهد الواقع .

عود إلى الواقعية :

لاشك أن هناك غموضاً يكتنف طريقة معرفتنا بالموضوعات المجردة، إلا أن هذا أمر مألوف فى الفلسفة . فالفلسفة تزخر بوجوه للغموض كثيرة . إن كل مشكلة فلسفية هى إحدى صور هذا الغموض، بل إن المناهضين للواقعية ممن أشرنا إليهم فى الفقرات السابقة يعانون فى أنساقهم الفلسفية من وجوه للغموض .

من ناحية ثانية إذا كنا لانملك كل أدوات الإدراك المعرفى ، ولا نحيط حتى الآن بطريقة عمل آلياته ، فإن ذلك لايعنى أن ننصرف عن هذه المعرفة بكاملها أو أن نفقد ثقتنا فيها . لقد صمت " فريجه " عن تناول مبحث تحصيل المعرفة حتى لايُتهم مذهبه فى واقعية الكيانات الرياضية بالغموض والإغراق فى التأمل ، حتى أن البعض اعتبره "سكوت من

---

(14) Katz, J.J., "What Mathematical Knowledge Could Be?" Mind, Vol. 104. 415. July 1995 Oxford University Press, 1995, P. 498.

ذهب". إلا أن "جودل" -كما سنرى فى فصل لاحق- كشف عن نوع من الإدراك الحدسى تقوم عليه المعرفة الرياضية ، وجعله إدراكاً مغايراً لما تقوم به أعضاء الحس من وظائف لدى الإنسان ، ومغايراً كذلك لكل ما هو ذاتى - ونتساءل مع "جودل" إذا كانت العلاقة العلية هى السبيل المفضل لقيام المعارف فى العلوم التجريبية فلم لانستدل من وجود هذه الحدوس فينا على وجود علاقة تربطنا بواقع الكيانات ، ذلك العالم المفارق ؟! (15)

أرى أن دور الباحث هنا لايتوقف عند توجيه اللوم إلى المذهب التجريبى لاصرار أصحابه على تصور للمعرفة بعينه ، كذلك لن نبحث فى تبرئة المذهب الواقعى من تبعة الوقوع فى شرك التأمل الخالص أحياناً . وإنما أقترح أن نضع مجموعة من الشروط المعرفية التى متى توفرت كان هناك سبيل لاقامة معرفة بموضوعات ذلك العالم المفارق ، عالم الحقائق والنظريات بالاضافة إلى الكيانات الرياضية .

هل يعنى ذلك القول من جانبى أنى اعتقد بوجود مثل هذه الكيانات؟ نعم ، إنى أميل إلى الاعتقاد بها سابقة على التجربة الإنسانية المحدودة والمتغيرة ، لا يتوقف صدقها أو كذبها على التحقيق التجريبى المحدود بزمان ومكان بعينه . إن هذا العالم المفارق الذى أعتقد بضرورة وجوده يحتوى على سبيل المثال النظريات والقوانين العلمية التى تحكم مسار الكائنات والكيانات معا من الذرة إلى المجرة ، كما يشمل الدالات الرياضية والمنطقية والرموز والثوابت .

ودعواى فى ذلك : إن الإنسان يكتشف القوانين تلو القوانين ، فهل يعنى ذلك أننا نقوم بعملية خلق مستمر للقوانين ؟ بالطبع لا ، الحقيقة أننا

---

(15) Ibid., P.500.

نكشف عنها فقط ، إنها سابقة علينا . ونطرح التساؤل بصورة أخرى هل تبدأ الطبيعة فى الرضوخ لسنة معينة أو لقانون محدد حال إلمامنا به؟ إننا سواء توصلنا إلى هذا القانون باستقراء وقائع تندرج تحته ، أو باستنباط من قوانين أعم وأشمل منه ، فالقانون موجود قبل إجراء العمليتين ، أى قبل اكتشافنا له . ونكرر : هل تظل حقائق الرياضيات متعثرة ، حتى يأتيها الإنسان بخبراته المحدودة ليقيل عثرتها ؟ الجواب فى كل الحالات : أن الحقائق والقوانين والنظريات والأفكار والأعداد والقضايا والكيانات وغيرها مما لم نكتشفه بعد ، كيانات موجودة وجوداً مستقلاً عنا وعن وسائل كشفنا. تلك حقيقة أعتقد بها وأومن .

شروط قيام المعرفة :

قلنا فى مدخل هذا الفصل أن المعرفة إدراك يتم لدى الإنسان فى مراتب مختلفة : حسى ، عقلى استدلالى ، حدسى . وفى كل الحالات يتولد عن هذا الإدراك نوع من الاعتقاد ، ولما كنا ننشد جميعا المعرفة الصادقة، فإن الاعتقادات التى تشكل رصيدنا المعرفى ينبغى أن تكون اعتقادات صادقة . ولا نحكم على شئ بأنه صادق إلا إذا توفرت لدينا تبريرات كافية على صدقه . من هنا فالمعرفة التى نتصور قيامها بين الفلاسفة وموضوعات الرياضيات المجردة هى اعتقاد صادق تتوفر لدينا أسس ومبررات الحكم بصدقه[16] .

ان شخصا ما يتكون لديه اعتقاد عن شئ ما ، متى سلم بقضية موضوعها هذا الشئ على أنها قضية صادقة . والقضية تعد صادقة عندما

---

(16) Ibid., P. 500.

وانظر : محمود زيدان : نظرية المعرفة ، ص : 17 ، ص : 22 .

تنطوى على وقائع تقول عنها ماهى عليه . ولاشك أن العبارة الأخيرة تثير غبار الاختلاف بين المفهوم الأفلاطونى للمعرفة والمفهوم المعاصر لدى فلاسفة الرياضيات بما فيهم الواقعيين أنفسهم . فموضوعات المعرفة بالمعنى الأول ثابتة موضوعية والنموذج البين عليها قضايا الرياضيات والمنطق ، كما أنها تتناول ماهو صادق دائماً. بينما رأى الفلاسفة المعاصرون أن المعرفة اعتقاد يعوزه التبرير ، كما رأوا أن العالم المحسوس يمكن أن يكون موضوعاً لمعرفتنا . ونحن نرى فى هذا الاختلاف رحمة إذ يوسع نطاق المعرفة لتشمل وسطا يمتد ليجمع بين طرفين متقابلين ، كما أن إتساع ساحة المعرفة يبرر لنا مسلك بعض الواقعيين عندما تخلوا عن التمسك ببعض الثوابت الأفلاطونية -كالثبات واليقين والتجريد- عند بحثهم فى الكيانات الرياضية .

إننا إذ نود تفسير كيفية تحصلينا لمعرفة بموضوعات مجردة نحاول أن يأتى هذا التفسير متسقاً مع أوسع مدى من الأراء السائدة حالياً حول نظرية المعرفة بصفة عامة . ولما كانت المعرفة "اعتقادصادق تم تبريره" فلنناقش الاعتقاد والصدق والتبرير كشروط معرفية .

1- شرط الاعتقاد :

الاعتقاد belief هو تسليم بوجود موضوعات مثل الأشياء الخارجية، وعقول الآخرين ، الله .. إلخ ، كما أنه إقرار بصدق قضايا علمية أو أخلاقية أو جمالية أو ميتافيزيقية . والاعتقاد فى الموضوعات يأتى مباشراً فى تواتره وحدوثه وغير استدلالى ، أما الاعتقاد فى قضايا فإنه يعتمد فى العادة على التفكير والاستدلال . ويمكن تصنيف نظريات الاعتقاد إلى :

اعتقاد عاطفى ، واعتقاد عقلى ، واعتقاد إرادى[17] .

وبما أننا نفترض فى هذا البحث أن المعرفة بموضوعات الرياضيات تستند إلى العقل وحده ، وأنها تنطوى فى إطار الاعتقاد بوجود موضوعات مفارقة مثل الله والنفس ، فإن الاعتقاد الذى ننشده هنا –فى ضوء التعريف السابق– هو اعتقاد عقلى ، واعتقاد بموضوعات أقرب إلى الكشف الحدسى منه إلى الاستدلال .

لكن هل يمكن أن تنشأ لنا معرفة أو اعتقاد بموضوعات مجردة مثل كيانات الرياضيات دون أن تكون لنا صلة بها ؟ بصر النظر عن الطابع العلىّ لوصف هذه الصلة . هل ينطوى العقل على ملكات أو مكونات أساسية تسمح لنا بالاعتقاد السليم بمثل هذه الموضوعات مادمنا لانود الاستناد إلى الواقع التجريبى ؟

تشكل مثل هذه التساؤلات نقطة انطلاق "لكل عقلانى يرى أن التصورات اللازمة لاقامة اعتقادات بالموضوعات المجردة هى ذاتها عناصر لملكة العقل فينا ، أو أنها على الأكثر مشتقة من تصورات تكون بدورها عناصر لهذه الملكة استناداً إلى مبادئ عامة تخص هى الأخرى ملكة العقل"[18] . وما يراه العقلانى هنا هو تعويل على الفطرة nativism، أى على مجموعة من القواعد الأولية الكامنة فى العقل الإنسانى بفطرته. وهنا نتخلى عن رؤية أفلاطون بصدد اكتساب النفس معرفة بالموضوعات المجردة لما يكتنفها من غموض . ونحاول أن نؤسس الاعتقاد المعرفى هنا على استعدادات عقلية خاصة بالعقل وليست مفروضة عليه من الخارج.

---

(17)Runes,D., Ed., Dictionary Of Philosophy, Littlefield, Adams & Co. New Jersey, 1981, item : Belief, PP. 36- 7 .

(18) Katz, J., "What Mathematical Knowledg Could be" ? P.501.

كشف علماء اللغة التحويليون بصدد التمييز بين الظاهر والحقيقة فى ظاهرة اللغة عن ثلاثة مواقف . الأول : حين يبدأ الطفل اكتساب بعض مفردات اللغة ويعرف دلالاتها ، ثم يتعلم قواعد النحو وبناء الجمل ، نجده وقد تطورت قدراته اللغوية قادراً على تكوين جمل وبناء تراكيب لم يسبق له تعلمها . الموقف الثانى : جاء لتفسير ما انطوى عليه الموقف الأول، حيث افترض "تشومسكى"[19] أن لدى الطفل معرفة فطرية بالبناء النحوى للغة الطبيعية ، كما أن لديه مبادئ فطرية سابقة على ماتعلمه من قواعد النحو . ودعاه هذا الافتراض إلى التمييز بين "الأداء اللغوى" .. Performance و "القدرة اللغوية " ..Competence. يتضح الأداء فى طريقة كتابة جملة بسيطة أو مركبة على مستوى الحديث الجارى ، وتظهر معالم القدرة اللغوية فى تنوع صور الأداء وتعددها بصورة أوسع من القواعد التى تعلمها الإنسان ، مما يدعو "تشومسكى" "إلى افتراض أن الإنسان يمتلك بفطرته عدة قواعد صورية أولية يثيرها من كمونها ما اكتسبه وتعلمه من قواعد النحو وتركيب الجمل الصحيحة"[20]. ويصل التمييز بين الظاهر والحقيقة إلى منتهاه فى الموقف الثالث الذى يميز بين التركيب السطحى للجملة ويمثل الظاهر ، والتركيب العميق الذى يمثل الحقيقة . فإن كان الظاهر يتوقف عند القواعد اللغوية المألوفة لدى الطفل، فإن الحقيقة تأتى بجمل أكثر تعقيداً تزيد عما تقوله تلك القواعد السابقة. إن

---

(19) ناعوم تشومسكى (1928-) عالم لغويات أمريكى ، أحدث ثورة فى دراسة بنية اللغة من خلال نظريته فى النحو التوليدى التى قدمها للمرة الأولى فى كتابه Syntactic Structures فى العام 1957 . واشتهر عنه معارضته للسياسة الخارجية للولايات المتحدة خلال حرب فيتنام وبعدها .

(20) Chomsky, Language and Mind, PP. 63- 4.

نقلاً عن محمود زيدان : فى فلسفة اللغة ، ص : 142 : 143 .

التركيب العميق للجملة هو الكشف عن نسق القواعد اللغوية النابعة من ذات المتكلم أو من المقدرة اللغوية الفطرية ، إنه الكشف عن الابداع الذى تقف وراءه الفطرة .

إن ما تنتهى إليه هذه النظرية المعاصرة هو وجود قواعد صورية أولية –لم يتلقنها الإنسان يوما– هى بمثابة الخلفية العميقة غير الظاهرة والقائمة فى العقل الإنسانى بفطرته . العقل ينطوى إذن على أوليات سابقة على كل تجربة ، تكفل له تشكيل اعتقاد ما يرتبط مع كيانات لها نفس الطابع الأولى . يمكننا القول إذن : إن هناك سبيلاً لاقامة اعتقاد عقلى بموضوعات مجردة . ويمكن لنا حينئذٍ أن نستند إلى الطرح الكلاسيكى لمعانى الحدود حين تشير إلى موضوعات مجردة . وطبقاً لهذا الطرح – سنجد نموذجاً له فى فلسفة فريجه فى الفصل القادم – فإن لعناصر الجملة معانى ، ومعانيها عبارة عن مجموعات من الخاصيات أو العلاقات، بحيث يشير كل معنى إلى موضوع حامل لهذه الخاصيات أو العلاقات[21] .

2– شرط الصدق :

الصدق ضد الكذب ، وهو مشترك بين صدق المتكلم وصدق الخبر، فصدق المتكلم مطابقة خبره للواقع وكذبه عدمها ، وصدق الخبر مطابقة الخبر للواقع وكذبه عدمها . والصدق التام هو مطابقة الخبر للواقع ومطابقته لاعتقاد المتكلم معاً[22] . ولفظ المطابقة الذى يكرره "التهانوى" فى التعريف السابق يذكرنا بنظرية المطابقة عن تصور الصدق ، وتنص على

---

(21) Katz, Op.cit., P. 503.

(22) انظر التهانوى : كشاف اصطلاحات الفنون والعلوم ، مادة الصدق ص : 1070: 1074 .

و عبد المنعم الحفنى : المعجم الفلسفى ، مادة : صدق ، ص : 166 .

أن القضية تصدق إذا كانت توجد واقعة ما تطابقها ، وأن القضية تكذب إذا لم توجد هذه الواقعة .

والمطابقة التى نقصدها هنا تنشأ بين قضية رياضية وواقعة رياضية، وتصبح هذه القضية بموجبها صادقة ، دون أن تتضمن أى ربط أو صلة بين أمر مجرد وموضوع محسوس . ويعود ذلك إلى أمرين : أولهما أن التطابق فى هذه الحالة لايتضمن رابطة عليّة . الثانى أن تصورات "فريجه" و "رسل" عن القضايا –مع اختلافهما فى الأخذ بالواقعية – تكفل لنا أن نفسر نظرية الأعداد وقضايا صورية أخرى بوصفها موضوعات مجردة.

يذهب " فريجه " إلى أن القضايا هى معانى لجمل أو عبارات ، وأنه لأمر طبيعى أن يقول أنصار واقعية الرياضيات – إتساقا مع القائلين بواقعية لغوية – أن معانى الجمل والعبارات عبارة عن موضوعات مجردة. يميز فريجه بين معنى الكلمة والصورة الحسية التى تنشأ عن إدراك حسى . فالأخيرة ذاتية أما المعنى فله موضوعيته واستقلاله وثباته لأنه ينتمى لعالم مستقل .

أما "رسل" فقد تحمس لنظرية المطابقة ، ورأى بموجبها أنه يمكن النظر إلى القضية بطريقتين : (أ) تقرر القضايا واقعة أى تدور حول موضوع معين . (ب) أن ثمة علاقة تنسبها القضية إلى الموضوع[23] . فإذا كان هذا هو الإطار الصورى لنظرية المطابقة فى الصدق ، وطبقناه على قضايا الرياضيات ؛ إنتهينا إلى :

طالما أنه يمكن النظر إلى قضايا الرياضيات على أنها موضوعات مجردة . وطالما أن الوقائع التى تدور حولها هى وقائع عن موضوعات

---

(23) محمود زيدان : نظرية المعرفة ، ص : 131 .

رياضية مجردة ؛ فإن الصدق الرياضى ببساطة هو علاقة مجردة بين موضوعات مجردة .

3- شرط التبرير :

"المعرفة اعتقاد صادق تم تبريره " هذا تعريف وضعناه فرضاً، ورحنا نتحقق منه فى نطاق المعرفة بكيانات الرياضيات ، أى المعرفة بالموضوعات المجردة ، وهى معرفة عقلية بالطبع . أشرنا فى الفقرات السابقة إلى أن الاعتقاد والصدق عقليان . ونناقش الآن التبرير Justification . أول ما نلاحظه فى إطار إبستمولوجيا عقلية "أن ما يعد أساساً ملائماً لصدق قضية ما يعتمد على طبيعة هذه القضية"[24]. إن القضايا التى تدور حول موضوعات طبيعية هى قضايا تجريبية ، تدور فى فلك المعرفة التجريبية . أما القضايا التى تدور حول موضوعات مجردة فهى قضايا غير تجريبية ، ذلك أن معرفة الموضوعات المجردة هى معرفة قبلية ينبغى أن تتأسس على العقل وحده .

وهنا ينبغى أن نناقش دور "التماس" Contact بين الذات العارفة وموضوع المعرفة ، فى نوعى الابستمولوجيا العقلية والتجريبية ومدى ضرورته لكل منهما .

إن تصور قيام معرفتنا بالموضوعات المجردة استناداً إلى تلامس حسى أمر مضلل ، وذلك لأنه – حتى عند توفر هذا التلامس – لن تنشأ اعتقادات بمثل هذه الموضوعات المجردة بطريقة سليمة . إن الدور الأبستمولوجى لتلامس ناشئ عن الإدراك الحسى هو توفير معلومات عن أمور ممكنة تأخذ طريقها نحو التحقق بالفعل ، أى تتحول إلى وقائع . ومن

(24) Katz, Op.Cit., P. 504.

ثم فإن هذا التلامس يبدو فعالا فى نطاق القضايا التجريبية ، لأن الموضوعات الطبيعية ممكنة الوجود أكثر من كونها موجودة بالفعل . ومع العوالم الممكنة تنشأ الحاجة إلى التلامس لترجيح إمكانية على أخرى. ولا يجرى الأمر على هذا المنوال مع الموضوعات المجردة . إنها لايمكن أن تكون غير ماهى عليه . إنها تنطوى على كامل خاصياتها الأولية وعلاقاتها الضرورية . إننا ندرك دائماً أن الخاصيات الرياضية الخالصة وعلاقات الموضوعات الرياضية لاتختلف من عالم إلى آخر(25) .

إن السبيل الذى جاءت عليه الموضوعات المجردة فى إطار خاصياتها الأساسية هو السبيل الوحيد الذى يجب أن تكون عليه ؛ إن الستة [6] ينبغى أن يكون عددا تاماً ، وأن اثنين [2] هو أول عدد زوجى . وطالما أن الدور الأبستمولوجى للتماس أو التلامس هو أن يزودنا بمعلومات تفيد فى الاختيار والمفاضلة بين عدة فروض تدور حول سبل مختلفة لما يكون عليه الشئ ، وطالما أن التلامس بمعنى الإدراك الحسى لايمكن أن يوفر معلومات حول ما ينبغى أن يكون عليه شئ ما ؛ فإن مثل هذا التلامس ليس له دور بصدد العلاقة بالموضوعات المجردة .

ما نخلص إليه هو أن إقامة جسور للمعرفة الرياضية بين الإنسان والموضوعات الرياضية المجردة يتم خلال العقل فقط . وإن شئنا أن نتذكر ما تضفيه العبارة اليونانية الساحرة : "الشبيه يدرك الشبيه" واستغرقتنا معانيها؛ لأدركنا أهمية –بل وضرورة– أن يكون العقل هو نقطة إنطلاق – أو مرفأ وصول – تحصيل المعرفة بكيانات الرياضيات .

لكن ، إن كان هذا فرض افترضناه ، فهل يقبله كل العلماء أو فلاسفة الرياضيات ؟

---

(25) Ibid., P.505 .

هل تعنى كيانات الرياضيات نفس المعنى لكل من يعتقد بوجودها؟ وهل تتساوى سبل التحقق من هذا الفرض بين المشتغلين بفلسفة الرياضيات؟

هل يدعو حرص بعض فلاسفة الرياضيات على القول بواقعية كيانات الرياضيات إلى الاستناد إلى البرهان العقلى فقط ، أم يتلمسون وسائل أخرى قد تبدو مغايرة لطبيعة نشاط العقل الخالص ؟ أسئلة نطرحها فى نهاية الفصل الأول من هذا البحث ، وتتفرغ بقية الفصول للتحقق منها بإذن الله .

الفصل الثانى

الواقعية الأنطولوجية

الفصل الثانى

الواقعية الأنطولوجية

يتناول حديثنا فى هذا الفصل القائلين بضرب من الواقعية ينسب إلى كيانات الرياضيات ، ويخلع عليها وجوداً مستقلاً عن عقل الإنسان بالإضافة إلى التسليم بأنها موضوعات مجردة . وقد تواضع فلاسفة الرياضيات على تصنيف من يذهب منهم هذا المذهب بأنه أفلاطونى النزعة حتى صارت الأفلاطونية كمصطلح يأتى مرادفا للواقعية realism بالمعنى السابق . ورغم التنويه بالأفلاطونية بالفصل الأول ، إلا أن تصدير هذا الفصل بها واجب . فنقطة بداية بحثنا هى "أفلاطون" الذى يعد أول من قال بعالم مفارق للأفكار – نظرية المثل– له طابع إلهى تقطنه تصورات وماهيات كاملة وصادقة وثابتة . وتتسم وقائع هذا العالم بأنها حقائق مجاوزة للادراك والفهم الإنسانى بوسائله العادية ، وأنها مستقلة بذاتها سواء اكتشفنا وجودها أو لم نكتشفه بالإضافة إلى أن اكتشاف هذه الوقائع لايزيدها قيمة ، كما لاينقص من قدرها عدم اكتشافها[1] .

لنحاول أن نبحث صلة محتوى الفقرة السابقة بفلسفة الرياضيات، ورصد ما ينتج عن هذه الصلة من خصائص للمعرفة الرياضية تظهر واضحة لدى ممثلى إتجاه النزعة الأفلاطونية . إن أحد وجوه فلسفة الرياضيات ذات الطابع الأفلاطونى هو تمثل واستيعاب العلاقة بين قضية

---

(1) محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، دار المعرفة الجامعية 1991 ، ص : 98، كارل بوبر ، 1995 ، ص : 337 .

رياضية صادقة والحقيقة أو الواقعة التى تجعلها صادقة ، على النحو الذى نتمثل فيه العلاقة التى تنشأ بين قضية صادقة - جرت العادة على إدراكنا لها - فى العالم المادى والواقعة التى تؤيد صدقها فى هذا العالم . تنطوى عملية تمثل العلاقة بين القضية والحقيقة على فكرة فحواها أن الحقيقة التى نعنى بها هى ما يجعل قضية ما صادقة بصرف النظر عما إذا كان قد تم صياغة القضية أم لا ، وبصرف النظر عما إذا كان يمكننا إقامة وسيلة للتحقق منها ساعة صياغتها . ومعنى ذلك حسب النهج الأفلاطونى أن الحقيقة مستقلة عن النشاط الذهنى الإنسانى بصفة تامة ، وأن عقل الإنسان قد يكشف عن حقيقة ما إلا أنه لا يؤلفها أو ينشئها من عدم . إن الحقائق ومنها كيانات الرياضيات تتحلى بمكانة موضوعية ، كما تتسم بالاستقلال عن التصورات التى نستخدمها ، كما أنها -وهذا هو الأكثر أهمية- مستقلة عن وسائل إدراكنا وسبل تحصيلنا للمعارف . إن هذه الحقائق تتجاوز قدرتنا على المعرفة .

إن الواقعية بالمعنى الأفلاطونى فى فلسفة الرياضيات تتحدث عن عالم قائم بذاته ، محدد سلفا ، مفعم بأمور وأوضاع لانملك إزاءها أى سبيل معرفى موثوق به . إلا أن هذا الطرح الأفلاطونى يدفع فلاسفة الرياضيات إلى القول بإمكانية الحكم بالصدق أو بالكذب - وهذا أمر معرفى- على قضية ما فى ضوء ما تنطوى عليه من معنى . فإن كان لدينا على سبيل المثال قضية تتضمن معنى واضحاً ومحتواها محدد قدر الإمكان ، فإن هذه القضية لا يخرج الحكم عليها عن أحد أمرين : إما أنها صادقة أو كاذبة وليس ثمة أمر ثالث . وهذا الاستطراد يوضح قبولنا لقانون الوسط الممتنع أو الثالث المرفوع ، كما يوضح بنفس الدرجة أن البحث عن شواهد ووقائع للحكم على قضية تنطوى على معانى أو تشير إلى كليات أو كيانات

رياضية ، يؤكد وجود هذه المعانى والكليات والكيانات حتى ولو لم يكن فى مقدورنا أن نحدد ماهيتها(2) .

سرت النزعة الأفلاطونية فى ثنايا فلسفات كثيرة ، وكان نصيبها من الاعتراض والتفنيد واضحاً فى بناء فلسفات أخرى كثيرة . ولما كان موضوع هذا الفصل يعرض لنماذج من المؤيدين للواقعية بالمعنى الأفلاطونى كان علينا أن نتوقف عند فيلسوف الرياضيات الألمان "جوتلوب فريجه " بوصفه نموذجاً مبرزاً لموقف التأييد . لكن قبل بيان أراء " فريجه" علينا أن نوجز القول فيما كان عليه عالم الأفكار – مناط الواقعية بالمعنى الذى نقصده هنا – قبل فريجه .. وبعد فريجه .

أولاً : عالم الأفكار حتى فريجه :

يشير عالم الأفكار أو عالم المعانى إلى التسليم بوجود واقع مستقل عن الواقع المادى ويكتسب صدقه من إتساقه الداخلى ، ونجد فى فلسفة "هيجل" [1770– 1831] أن الروح الموضوعى Objective Spirit أو العقل الموضوعى يقع على قمة هذا النسق . ويلاحظ أن هذا النسق موضوع تغير حتى يلائم تنوع الأفكار وصيرورتها على خلاف عالم المثل الأفلاطونية . فالروح المطلق أو الفكرة الشاملة يأتى طبقاً للجدل الهيجلى على ثلاثة وجوه : فالمطلق هو الوجود (وهذا هو جوهر فلسفة الايليين) ونجد فى المقابل أن المطلق هو العدم وتلك هى المقولة الثانية فى سير المنطق (وتمثل خلاصة الفلسفة البوذية) ، ثم المطلق هو الصيرورة ، وهذا تعريف ثالث يجمع التعريفين السابقين ، ولهذا فهو أول فكرة شاملة وأول

---

(2) Wright, C. Frege's Conception of Numbers As Objects, Aberdeen University Press, 1983 PP. XV, XVI .

فكرة عينية فى نفس الوقت ، (وهذا التعريف يلخص فلسفة "هيرقليطس")[3] ويقدم لنا المنهج الجدلى عند "هيجل" سلماً للمعرفة بدءا من فهم الأشياء تحت مقولة الوجود ثم معرفتها بصفتها تخضع لصيرورتها ، ثم صعودا فى سلم المعرفة لمعرفة الشئ فى إطار الماهية ، وهنا ندرك أن الأشياء ليست إلا فكراً أو أنها على وجه الدقة الفكرة المطلقة[4] . وهكذا نجد أن "هيجل" بصدد حرصه على نمو الروح وكماله بغية الوعى بذاته جعل السيادة للفكرة المطلقة فى عالم مجاوز لقدرات الإنسان المعرفية والإدراكية، وترتب على هذا أن المعرفة – وهى مسعى إنسانى– لم تعد خاصية من خواص الإنسان الفرد ، بل خاصية إلهية وسمة لعقل كلى أو روح عالمية، وهنا يقع موضوع المعرفة والذات العارفة خارج حدود الإنسان ضماناً لكمالها وصدقها المطلق .

واهتم "بولزانو" Bolzano (1781– 1848) فيلسوف الرياضيات النمسوى بتبنى نزعة عقلية إمتدت ما بين اللاهوت والرياضيات ، ظهرت فى تحمسه للقضية فى ذاتها وهى ما يمكن أن يكون فكرة أو محتوى فكرة، وحسب تصور "ليبنتز" فالقضايا فى ذاتها تطابق الأفكار الخالدة فى عقل الله ، وإن كانت لاتعتمد فى وجودها على أى كائن . وتوجد القضايا بذاتها فى عالم مستقل خاص بها ، وهى ليست واقعية بالمعنى المادى ، ذلك أنها لاتشغل حيزاً ولا زماناً .

أما عالم المنطق الألمانى مينونج Meinong [1953 – 1921] فقد افترض عالماً ثالثا – إلى جوار عالم الطبيعة وعالم الحالات النفسية– يكون

---

(3) إمام عبد الفتاح إمام : المنهج الجدلى عند هيجل ، دار المعارف ، 1969، ص 146 .

(4) نفس المرجع ، ص 147 .

مجالا لتلمس معانى أفكارنا . بمعنى أن للأفكار وجوداً واقعياً خاصاً كما أن لعالم المادة وعالم المشاعر وجودهما . وذهب إلى أبعد من ذلك عندما رأى أن للفكرة المستحيلة أو القضية المتناقضة وجودها الواقعى أيضاً فى عالم المعانى – فالقضية "المربع الدائرى شكل متناقض" تعبر عن موضوع أفكر فيه ، وحين أفكر فيه لا أفكر فى عدم وإنما أفكر فى شئ له واقع ما حتى لو لم يكن له مدلول فى الواقع المحسوس[5] .

كما ذهب "هوسرل" Husserl [1859 -1938] نفس المذهب فى قوله إنه لابد لكل تصور عقلى أو حكم أو تذكر أو استدلال من طرف خارجى يشير إليه ويتعلق به ، ليس طرفاً طبيعيا أو مادياً لنتأكد من صدقه عن طريق التحقيق ، وإنما عالم مستقل للمعانى . ذلك أننا لانتصور نشأة هذه المعانى من فراغ ، وإنما لابد من افتراض عالم ثالث إلى جانب الطبيعة والنفس هو مجال المعانى[6] .

ثانياً : واقعية فريجه :

جوتلوب فريجه Frege [1848 -1925] عالم رياضيات وفيلسوف علم فى آن واحد . ظهرت فلسفته مواكبة للحركة النقدية فى أسس العلوم والرياضيات . رأى أن سبيل إصلاح الرياضيات هو ردها إلى المنطق بعد تخليصه مما علق به من شوائب وعيوب تقليدية . ونموذج الرياضيات عند " فريجه " هو الحساب وقوامه العدد . والبحث فى طبيعة الأعداد فى ضوء

---

(5) محمود زيدان : فى فلسفة اللغة ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1985، ص: 16.

(6) زكى نجيب محمود : نحو فلسفة علمية ، الأنجلو المصرية، القاهرة 1980، ص: 124 .

علاقتها بالمنطق والرياضيات يؤدى بنا إلى تناول فكرة العـدد بيـن مبحثيـن فلسفيين هما الوجود والمعرفة .

أن نقطـة البدايـة فـى الحديـث عـن واقعيـة كيانـات الرياضيـات عنـد "فريجه" تعنى الحديث عن العدد نموذجـاً لهـذه الكيانـات ، يقـول فـى ذلـك : "عندمـا يتغلـب النـاس علـى تحـاملهم ضـد فكـرة الموضوعـات المجـردة سيلاحظون أن العدد ليس مجموعة أشياء وليس خاصية لها ، كما أنه ليس حـاصل جمـع للعمليـات الذهنيـة الذاتيـة "[7] . ويعنـى ذلـك لديـه أن العـدد لايكتسب موضوعيته من أمثلة حسية ، بل إننا نسلم بموضوعيته حتى لو لم نجد له مقـابلا نشـاهده . فالعبـارة العدديـة [$1000^{1000^{1000}}$] تؤكـد أمـرا موضوعيـا ولهـا معنـى محـدد حتـى لـو نـأى عـن وعينـا مـن الناحيـة السيكولوجية أو لم يسـعفنا العمـر علـى إدراكـه . يـرى " فريجـه " إذن أنـه توجد رموز ذات معنى لكنها بلا ما صدقات تحت أيدينا ، بما فيها الأعـداد، وكونـها بلا ماصدقات عينية أو محسوسة لا ينتقص من قيمتهـا المعرفيـة أو الوجودية ، بل إنها واقعية ومستقلة عنا وعن أفكارنا الذاتية[8] .

إن الأعداد – وبقيـة كيانـات الرياضيـات– مسـتقلة عـن الفكـر الذاتـى للإنسان وتتصف بموضوعية تختلف عما يسبغه الإنسان علـى موضوعـات العـالم الخـارجى ، كمـا تختلـف عمـا ينشـأ مـن اتفـاق بيـن الـذوات مـن موضوعية. يؤكد "فريجه" أن الأعداد واحدة بالنسبة لنا جميعاً وليسـت مـن نتاج أو خلق الذهن الفردى . إنها موضوعية لأنها تقع خارج نطاق الزمن،

---

(7) Frege, G. "Uber Sinn und Bedeutung" Translated into English by Max Black as "On Sense and Reference", in Philosophical Review, Vol. LVII, P. 211 .

(8) محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص : 79 .

وموضوعية لأنها تخضع لقوانين نفهمها جميعاً . يقول " فريجه " : "إن الأعداد ليست ملموسة ولا مرئية .... انها لاتخضع للتغير لأن مبرهنات علم الحساب بمثابة حقائق أبدية . يمكن القول إذن أن الأعداد تقع خارج نطاق الزمن ، وينتج عن ذلك أنها ليست مدركات ذاتية أو أفكارا ، لأن هذه وتلك تتغير باستمرار بما يتسق مع القوانين السيكولوجية"(9).

وتتضح معالم النزعة الأفلاطونية فى أقوال فريجه "إن مبرهنات علم الحساب تجسد حقائق أبدية " ، "تقع الأعداد خارج نطاق الزمن" ، مما يدفعنا إلى تفسير أراء " فريجه " فى إطار أنطولوجى مفارق بالدرجة الأولى. وهل ذهب عالم الرياضيات الكبير "كرونكر" بعيدا عن تأويلنا عندما قال عبارته الشهيرة : "الأعداد الصحيحة تأتينا من عند الله وكل ما عداها فهو من تأليف الإنسان"(10).

الأعداد موضوعات موجودة بذاتها ، ومن ثم تصبح مهمة علماء الرياضيات "ليست خلق الأعداد ، بل الكشف عما هو موجود منها بالفعل". والأعداد مثل بقية الكيانات الرياضية ومثل القضايا وكافة الأفكار الموضوعية تشغل عالما خاصا بها من بين ثلاثة عوالم تحدث عنها " فريجه " . يشمل العالم الأول الموضوعات الفيزيائية بكافة مظاهرها ، ويضم العالم الثانى الحالات النفسية والشعورية والذهنية . أما العالم الذى نقصده أو المجال الثالث فهو عالم الأفكار الخالصة وما ليس فيزيائياً ولا ذهنياً(11) .

(9) Frege, G. "The Whole Number" Mind, Vol. No.79, Quoted from, Currie, "Frege on Thoughts" Mind Vol. 354, PP. 179-180.

(10) محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة ، ص : 119 .

(11) محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص : 97 .

وحتى لايحدث خلط بين محتويات هذه العوالم أو اختلاط بين أدوارها من الناحية الأنطولوجية والأبستمولوجية ؛ إقترح " فريجه " ثلاثة مبادئ أساسية استخدمها بنجاح فى عرض فلسفته فى الرياضيات هى[12] :

1- علينا أن نقيم تمييزاً حاسماً بين ما يتعلق بالمنطق وما يتعلق بعلم النفس ، علينا أن نفصل بين الموضوعى والذاتى .

2- لاتبحث عن معنى كلمة بمفردها على الإطلاق ، لكن حدد معناها فى سياق قضية .

3- على العقل أن يقيم دوماً تمييزاً بين الموضوع والتصور .

بصدد بيان المبدأ الأول يحذرنا " فريجه " من تناول فكرة القانون سواء كان منطقياً أم رياضياً بمعنى نفسانى أو قائم على التجريد من الواقع المحسوس ، بمعنى أنه يجب أن لاترد ما يتعلق بعالم الأفكار إلى العالم النفسى أو العالم الفيزيائى . يقول فى مقدمة الجزء الأول من كتابه القوانين الأساسية لعلم الحساب : "علينا أن نميز بين نوعين من القضايا يخلط بينها المناطقة من أصحاب النزعة النفسانية ، علينا أن نميز بين ما " يؤخذ على أنه صادق" و "ماهو صادق" ، وينسحب هذا التمييز على صدق قوانين المنطق ؛ فهى ليست قوانين نفسية تؤخذ بافتراض صدقها ، بل ينبغى أن تكون صادقة"[13].

أما المبدأ الثانى أى مبدأ السياق Context Principle فيقول ببساطة: تشير الكلمات إلى معان فى سياق قضية فقط ، فقد ننزلق إلى رأى

---

(12) Wright, C., Frege's Conception of Numbers As Objects, P.6.

(13) Thiel, Christian, Sense And Refrence In Frege's Logic, Reidel Pub. Comp. Holland 1968, PP. 23-24 .

أصحاب الاتجاه المعارض لنا إن بحثنا عن معنى كلمة بمعزل عن السياق التى ترد فيه . إن ما يجب أن نضعه نصب أعيننا هو القضية الكاملة المكونة من كلمات ذات معنى ومغزى – ولمبدأ السياق أهميته لدى "فريجه" لذلك نصحنا باستخدامه عندما رفض الاعتماد على الصور أو التصورات كأساس تقوم عليه المعرفة[14] .

وتمييز "فريجه" بين الموضوع والتصور ينطوى على قدر كبير من الأهمية بالنسبة لفلسفته . فالموضوع object يقصد به فى حديثنا هنا الموضوع المجرد ومثال عليه كيانات الرياضيات ومنها الأعداد . وقد نفى "فريجه" أن يكون العدد شيئا ، ونفى عنه كذلك أن يكون تصوراً من المستوى الأول أى تصورا مباشراً عن الأشياء ، ونفى عنه ثالثا أن يكون تصوراً من المستوى الثانى ناتج عن تصورات مباشرة لصفات مشتركة بين تصورات أوائل . وانتهى إلى أن وجود الأعداد ليس وجود تصورات، وإنما للأعداد وجودا ذاتياً يعد مستحيلاً بالنسبة للتصورات[15] .

تعد المبادئ الثلاثة السابقة بمثابة معايير للتمييز بين ما يخص العالمين الفيزيائى والنفسى من جهة وعالم الأفكار الذى ينطوى على كيانات الرياضيات من جهة . لكن هل يعنى التمييز بين الجانبين تمايزاً وتبايناً أم أن هناك علاقة ؟ وإن وجدت ، فهل هى علاقة تفاعل أو تأثير متبادل أم أنها تأثير من طرف واحد ؟

يذهب " فريجه " إلى أنها علاقة تأثير من جانب عالم الأفكار فى العالمين الآخرين ، والعكس ليس صحيحاً . إن فكرة[16] مثل مبرهنة

---

(14) محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص 86، 87 .

(15) Kneale, W & M . The Development of Logic, Oxford , 1984, P. 459.

(16) يميز " فريجه " بوضوح بين الفكرة Thought بمعناها الموضوعى الذى توجد =

"فيثاغورس" – أو أى قانون علمى– تحدث تأثيرها فى الذهن أولا ثم ينتقل التأثير إلى العالم الطبيعى . فالتغييرات تطرأ على العالم الداخلى لمن يفكر وينتج عنها خواص عرضية إلا أنها غير محسوسة . وإن كنا نفتقر فى مثل هذه الحالة إلى ما نلاحظه من تفاعل ظاهر فى العمليات الفيزيائية فلا يدفعنا ذلك لنفى الواقعية عن الأفكار ثم نسبتها إلى الأشياء المشاهدة وحدها .. "لانقول عن الأفكار أنها ليست واقعية ، بل تختلف واقعيتها عن واقعية الأشياء ، أما تأثير الأفكار فيتم نتيجة لاعمال عقل المفكر ، وبدون ذلك لا نلحظ أثرا للأفكار ، وعلاوة على ذلك فإن من يفكر لا يخلق الأفكار من عدم بل يسلم بها كما هى"(17) . وعندما تتجاوز الفكرة نطاق الارادة الداخلية وتبرز فى نطاق العالم الخارجى يتضح تأثيرها أو تتحقق أمامنا فى الواقع دون افتقارها لهذا الواقع لأنها مستقلة عنه فى الأصل .

ويوضح " فريجه" معنى واقعية الأفكار حال تأثيرها علينا أو على العالم الخارجى بقوله : "عندما يتكلم أحدنا عن واقعية الأفكار ، فإن ما نفهمه هو أن معرفة إنسان ما بقانون طبيعى – على سبيل المثال– تؤثر على قراراته ، بحيث يصبح لديه نتائج مدعمة عن حركة الكتل ، ومن ثم ينظر إلى الإلمام بقانون على أنه يؤثر فى الموضوع المعروف بنفس الطريقة التى تحتوى فيها عملية مشاهدة زهرة من تأثير غير مباشر للزهرة على المشاهد . لنتحدث إذن عن تأثير للأفكار على الناس ، إلا أن ذلك لايسوغ لنا أن نتصور وجود تأثير للناس على الأفكار"(18).

= به فى العالم الثالث وتتسم بالثبات والاستقلال، والفكرة الذاتية idea التى تختلف باختلاف الأفراد وتقوم بهم وتتقوم .

(17) Frege, "Thoughts"

نقلاً عن محمد قاسم : المرجع السابق ، ص 104 .

(18) Currie, "Frege on Thoughts" P.244.

وقد دفع هذا القول البعض إلى أن يستنتج أن الأفكار واقعية بقدر ما تؤثر فينا وفى الواقع ؛ وبالتالى فالواقعية تصبح فى تفسير هؤلاء ذات معنى إيستمولوجى مغلف بطابع براجماتى ، بل ويذهبون إلى أن بقية أنواع الكيانات الرياضية كالأعداد والدالات وقيم الصدق لاتتمتع بأى واقعية[19]. ومن جانبنا نقرر أننا لم نعهد فى كتابات " فريجه " أى نزعة براجماتية بل كان مشهوداً له بمحاربة النزعات الذاتية بأنواعها. أما الاستنتاج الخاطئ بلا واقعية كيانات الرياضيات فيعود ذلك إلى تأويل خاطئ من جانب نقاد واقعية " فريجه " ؛ فقد انتقلوا من نفى " فريجه " فكرة الحيز المكانى عن الواقعية التى ينسبها لمحتويات عالم الأفكار من كيانات مجردة إلى القول بأنها غير واقعية ، ونسوا المعنى الذى يقصده بالواقعية ويضفيه على الأعداد والكيانات المجردة ، فهى واقعية مع أنه لا يمكن إدراكها إدراكاً حسياً أو مكانياً . يتحدث " فريجه " إذن عن واقعية بمعنى خاص، وحين يميزها عن الواقعية المادية (واقعية العالمين النفسى والمادى) فهو يؤكد معنى وينفى آخر ، يؤكد لها ثباتاً وخلوداً لا يتأثر بنا ، وينفى عنها أن تتوقف واقعيتها على ملاحظتنا لها[20] .

إن للكيانات الرياضية واقعيتها فى عالم مستقل ، حتى فى حالة غياب إدراكنا لها ووعينا بها ، بل تظل لها واقعيتها حتى لو غبنا نحن عن الوجود تماماً . إن الأفكار وكافة موضوعات العالم الثالث تطل علينا فندركها ونعى موضوعيتها لكن حذار أن ننسب وجودها لإدراكنا أو نردها فى النهاية لأنفسنا . ويبدو أن ذلك كان السبب فى تسليم " فريجه " بعالم

---

(19) Ibid., P.236 .

(20) محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص : 105 ، 106 .

الأفكار بناء على ضرورته وبديهيته ولم يقدم حججا لاثبات وجوده ، بينما قدم حججا مستفيضة عند إثبات العالمين النفسى والفيزيائى .

ونختتم حديثنا عن "فريجه" بتأكيده على أن الحقائق والقوانين والنظريات والأفكار والأعداد والقضايا وغيرها مما لم نكتشفه بعد، كيانات تتسم بالاستقلال عن وعى ووسائل كشفنا لها . وإن أثرنا تساؤلا أخيراً: ما الأسباب التى دعت " فريجه " لافتراض العالم الثالث بمحتوياته ؟ نقترح أن تكون لذلك دوافع إبستمولوجية إنتهت به للتسليم بأنطولوجيا أفلاطونية. وبيان ذلك أن " فريجه " كان معنيا بتفسير الصدق واليقين فى قضايا الرياضيات مستخدما لغة التصورات المنطقية وحدها ، أى رد الرياضيات إلى المنطق ، وهنا يحقق هدفين[21] .

1- بناء طريق ابستمولوجى واف ينتقل بموجبه من أفكار منطقية خالصة إلى صياغة تصورات أصيلة عن العدد الطبيعى .

2- تقرير أن البنية اللانهائية المميزة للأعداد الطبيعية – مثل بديهية اللانهائية التى نسلم بها واثقين من صحتها ومن عدم نفاذ عملية العد – هى نتيجة لحقائق منطقية خالصة .

وهناك تفسير آخر يرد قضايا الرياضيات إلى تصورات منطقية أساسية مثل قانون عدم التناقض والثالث المرفوع ، ثم يرد هذين القانونين إلى مجموعة من تصورات أساسية كالسلب والربط والفصل واللزوم والهوية والاستحالة . ويرى أصحاب هذا التفسير أن هذه التصورات

---

(21) Wright, C., Frege's Conception of Numbers As Objects, P.131.

الأساسية جزء من تركيب العقل الإنساني أدركها بداهة[22][*] . لكننا نعود فنسأل مع " فريجه " نفسه : ألا يجب أن يتميز ما هو منطقي عما هو نفسي؟ إن نشاط العقل لو قام به الإنسان منفرداً أو استناداً إلى مكوناته الذاتية يتسم بانتسابه إلى عالم الظواهر النفسية الخالي من الموضوعية. وهنا تعود الأبصار فتشخص إلى عالم الأفكار المستقل .

إن التسليم بضرورة وجود مجال أو عالم ثالث أمر مؤكد من جانبين: أبستمولوجي وأنطولوجي . فسواء كانت ضرورة التسليم به مبعثها حل مشكلات أبستمولوجية واجهت " فريجه " بصدد موضوعية الأعداد وضمان صدق قوانينها ، أم البحث عن سند أو مصدر أول للأفكار بما فيها كيانات الرياضيات يضفي عليها يقيناً وثباتاً ارتآه في عالم مستقل وسابق على الخبرة الإنسانية ؛ فالنتيجة واحدة وهي تسليم " فريجه " بوجود واقعي للأفكار والقضايا وقيم الصدق والأعداد والحقائق المنطقية يشملها جميعا عالم مجاوز للخبرة الإنسانية[23] .

ثالثاً : عالم الأفكار بعد فريجه

ظل الحديث قائماً بين فلاسفة العلم عن واقعية كيانات الرياضيات بعد " فريجه " . إلا أن الحديث عن الواقعية قد جاء على أكثر من صورة ، وارتبطت كل صورة من صور الواقعية بين القائلين بها بنوع التبرير أو التفسير الذي يقدمونه . سنكتفي في الفقرات الباقية من هذا الفصل ببيان

---

(22) محمود زيدان : في فلسفة اللغة ، ص 120 : 121 .

(*) يشترك أصحاب هذا التفسير مع المدرسة اللوجستيقية كما نلاحظ في رد قضايا الرياضيات إلى تصورات منطقية ، كما أنهم يرددون أيضاً آراء مشابهة لآراء "تشومسكي" فيما يتعلق بما ينطوي عليه العقل من قدرات فطرية .

(23) محمد قاسم : فريجه ، ص 116 .

نماذج واقعية على نفس نهج أفلاطون وفريجه ، على أن نخصص لبقية الاتجاهات فصولا أخرى .

أ - كورت جودل : K. Gödel [1906- 1978]

منطقى نمسوى ، عرف فى الأوساط العلمية بكشفه عن حدود المنهج الرياضى ، كما تمثل المبرهنة التى اقترحها Godel's Theorem بداية لحركة اصلاحية جديدة فى الرياضيات . نال درجة الدكتوراة بأطروحة موضوعها "برهان الاكتمال" وتعنى بالبرهنة على أن قواعد المنطق المألوفة آنذاك قد استوفت الغرض منها فى قيام البرهان المنطقى . إلا أن ما توصل إليه فى عام 1930 عن برهان أو دليل "عدم الاكتمال" incompleteness يعد أكثر علاقة بموضوع بحثنا ، فقد أوضح "جودل" أنه مهما تعددت قواعد البرهان الصحيحة والمنتجة ، فإن بعض الحقائق الرياضية التى تنطوى تحت هذا المجال تنأى على الإدراك وتظل غير مشاهدة[24] .

أيد "جودل" فى وضوح نزعة أفلاطونية ميتافيزيقية فيما يتعلق بوجود الكيانات الرياضية ، والحقيقة أن مثل هذا التأييد عندما يصدر عن رائد يشتغل بالمنطق الرياضى فإنه يجذب الانتباه ؛ حتى أن "رسل" يصفه بقوله "إنه أفلاطونى قح يؤدى به معتقده إلى أن يلتقى بالمناطقة فى السماء ..."[25].

---

(24) Quine , W.V., "Gödel, Kurt" in Collier's Encyclopedia, Vol., 11, P.186 See also :
Kneale, W & M., The Devolopment of Logic, P.707 & 713 .

(25) Gillies, D., "Review on Charles Chihara, Constructibility and Mathematical Existence", Brit. J.Phil . See. 43, 1992, P. 264 .

ويطـرح "بينـا سـيراف" - الـذى كـان زميـلاً لجـودل فـى برنسـتون- اعتراضـه الشـهير : كيـف لنـا أن نقيم علاقـة معرفيـة بهـذه الكيانـات أو الموضوعات طالما أننا لانرتبط بها خلال رباط علىٍّ ؟

يشكل تسـاؤل "بينـا سيراف" بالاضافـة إلـى موقـف " جـودل" صدامـاً معهوداً بيـن الرافضيـن للواقعيـة والقـائلين بهـا ، ومنـاط الخـلاف محاولـة الإجابة عن سؤال تقليدى : كيف نعرف ؟ وإن طرحنـا نفس السـؤال علـى طريقة "بينا سيراف" يصبح : كيف تنشأ لدينا معرفة تخلـو مـن طـابع علـىّ يربط بين محاور المعرفة ؟

وكان على "جودل" أن يختار بين مواقف ثلاثة[26] :

- البرهنـة علـى أن الموضوعـات المجـردة - ومـا تشـير إليـه فـى الواقع- لايمكن ردها إلى العلية ردا كاملاً .
- البرهنة على أن النظرية العلية ذاتها نظرية زائفة .
- البرهنة على أنه ليس ثمة تقابل أو صدام بين وجهة نظـر "جـودل" والنظرية العلية .

وكان الخيار الأول هو أقرب الخيارات إلى "جودل" ، فلـم يكـن معنيـاً باثبات الخيار الثانى ، ولم يكن ليسلم بالخيار الثـالث لأنـه يصطـدم ونزعتـه الأفلاطونية . فهو وإن كـان يسـتند إلـى نـوع مـن الاسـتعداد الخفـى يـدرك بموجبه الموضوعات المجردة إدراكاً مباشراً فى صورة حدس مباشـر ، إلا أنـه يصـرح بقـول لايخلـو مـن نكهـة عليّـه واضحـة : "إنـه رغـم ابتعـاد موضوعات نظرية المجموعة عن نطـاق الخـبرة الحسـية ، فإننـا نقـوم بمـا يشبه الاحساس تجاهها ، وبيان ذلك أننا عندما نفترض البديهيات الواضحـة

---

(26) Halle, B., Abstract Objects, P.79 .

نصفها فى ذات الوقت بأنها صادقة "[27] .

كان "جودل" إذن يعتقد بمفارقة حقائق الرياضيات وانتمائها لعالم يتجاوز الخبرة الحسية – وندركها حينئذٍ بحدس– إلا أن أفكار هذا العالم الواقعى المفارق قد نجد أمثلة لها فى أرض الواقع المحسوس . إلا أن أهم ما نشير إليه هنا هو أن "جودل" حذر من قيام مماثلة أو حتى قياس بين الفكرة المجردة وما يمثلها فى الواقع المشخص . وما حذر منه "جودل" من استناد للادراك الحسى فى تناول الموضوعات المجردة ، سنجده مسلكاً طبيعياً لدى "بنلوب مادى" – وهى واحدة من القائلين بواقعية كيانات الرياضيات بمعنى خاص – فى الفصل الخامس .

ب – كارل بوبر K. Popper [1902 – 1994]

"بوبر" فيلسوف علم معاصر من طراز متميز ، ولد وتلقى تعليمه بالنمسا ، ودرَّس بنيوزيلندا [1937 – 1945] وجامعة لندن [1945 – 1949] ومدرسة لندن للاقتصاد [1949– 1966] ، وحاضر فى أشهر جامعات العالم ، ومنها "هارفارد" . وتوفى فى عام 1994 .

تتميز فلسفته بنظرة نقدية تمتد من مبحث المناهج ونظرية المعرفة إلى الفلسفات الاجتماعية ، كما تتميز بنزعة علقية تستوحى روح العلم ومنهجه القائم على المحاولة والخطأ فى إطار إلمام دقيق بحدود العلم[28].

ولن نتوقف عند تفصيلات فلسفة بوبر – رغم ثرائها– لندلف إلى

---

(27) Ibid .

(28) محمد محمد قاسم : كارل بوبر ، نظرية المعرفة فى ضوء المنهج العلمى ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، 1995 .

موضوع بحثنا وهو العالم الثالث عالم الأفكار والمعرفة الموضوعية بما ينطوى عليه من كيانات ونظريات . و"بوبر" متأثر إلى حد بعيد فى نظريته عن العالم الثالث بنظرية المثل الأفلاطونية وبعالم الأفكار عند " فريجه " ، وإن كانت تظل له رؤيته الخاصة التى تناسب فلسفته ، وسنعرض فى البداية لنظريته ، ثم نقارنها فى موضع لاحق ببقية النظريات السابقة عليه.

1- نظرية العالم الثالث :

يتحدث "بوبر" عن ثلاثة عوالم متمايزة من الناحية الأنطولوجية، رغم تواصلها بصورة معينة من الناحية الأبستمولوجية ، هى[29] :

العالم الأول : العالم الفيزيائى أو عالم الأشياء المادية العضوية وغير العضوية متضمناً الآلات ، وكل صور الحياة بما فيها أجسامنا وأدمغتنا .

العالم الثانى : عالم الخبرات الشعورية الذى يشمل الخبرات الحسية مثل الرؤية والسمع واللمس والاحساس بالاضافة إلى ذكرياتنا وخيالاتنا وأفكارنا وميولنا .

العالم الثالث : عالم المعرفة الموضوعية ، عالم موضوعات الفكر ، عالم الكيانات والحقائق الرياضية ، عالم النظريات فى ذاتها وعلاقاتها المنطقية ، عالم الحجج والبراهين والبحث النقدى .

وتتمتع هذه العوالم بواقعية تامة فى فلسفة "بوبر" ، لكن هل يعنى ذلك

---

(29) Popper, K., Objective Knowledge , An Evolutionary Approach, Oxford; Clarendon Press, 1972, PP. 154- 155.

أن للنظريات والبراهين والأعداد وجودا واقعياً Real كـالمنضدة والمقعد؟ لاشـك أن إدراك واقعيـة الأولـى يختلـف بعض الشـئ عن واقعيـة سـاذجة للأشياء المحسوسة ، وإن كان يمكن أن ننطلق باسـتدلال مـن إدراك الثانيـة وواقعيتها إلى إدراك واقعية الأولى . وبيان ذلك أنه يمكننا أن ندرك واقعيـة المجال المغناطيسى بالاستعانة ببرادة الحديد ، كما يضفى جهاز "التليفزيون" ضرباً مـن الواقعيـة علـى موجـات "هرتـز" و "ماكسـويل" ، ونثبـت واقعيـة الشمس بسلسلة من الاستدلالات الرياضية ، ألم يقل "أينشتين" : "إن التسـليم بوجود أشياء مثل موضوعات الفيزياء ، بالاضـافـة إلـى البنـاءات الزمكانيـة التى تتصل بها ، لاينطوى على أى خطر ميتافيزيقى "[30].

لكل عالم واقعيته ، وعلينا أن نلاحـظ أن العـالم الثـالث مسـتقل وقـائم بذاته ولا يعتمد فى قيامه علينا أو على العـالم الأول ، كمـا أن للعـالم الأول (الخارجى) وجوده المستقل عنا وعن إدراكنا له وتأثرنا به . إذن ما طبيعـة العلاقة بين هذه العوالم ؟ يشير " بوبر" إلى أن هناك علاقة بين العالم الأول (الفيزيائى) والعـالم الثـانى (النفسـى) ، ثـم هنـاك علاقـة بيـن العـالم النفسـى والعـالم الثـالث (العقلـى) ، لكـن ليـس ثمـة (علاقـة) مباشـرة بيــن العــالمين الفيزيائى والعقلى ، وإنما يتصلان عبر العالم الثانى[31] . ومن الواضـح أن العلاقة التى نقصدها هنا علاقة معرفية بالدرجة الأولـى ، رغـم أننـا نبحـث فى واقعية العوالم من الناحية الأنطولوجية ، وهـذا شـأن فلسـفة "بوبـر" فـى غالب الأمر حيث يتضافر الجانبان الأنطولوجى والابستمولوجى فـى أغلـب المباحث. ويتضح ما نذهب إليه فى قوله :

" .. نطلق كلمة "واقعى" على كل ما يؤثر فـى الأشـياء الفيزيائيـة مـن

---

(30) Ibid., P. 42.

(31) Objective Knowledge, P. 155.

نوع المناضد والمقاعد وأفلام التصوير ... ولما كان عالم الأشياء الفيزيائية لدينا قد غيرته النظريات –موضوعات العالم الثالث – مثل نظرية "ماكسويل" و "هرتز" فعلينا أن نضفى على هذه الموضوعات صفة الواقعية"(32).

موضوعات العالم الثالث – أو النظريات– لها واقعيتها إذن ، سواء أدركناها أو لم ندركها ، قد أقع فى خطأ ويفشل ذهنى فى إدراك نظرية ما ادراكا سليما ، إلا أن ذلك لا يعنى ضياع النظرية وإنما يعنى قصور إدراكى لها ؛ فالنظرية توجد دائماً فى ذاتها ، حتى يأتى آخر ويدركها إدراكا سليماً مصححاً ما وقعت فيه من أخطاء . كذلك يظل الكتاب كتابا، حتى لو لم يقرأ ؛ فكل كتاب يحتوى على معرفة موضوعية سواء كانت صادقة أم كاذبة ، نافعة أم ضارة ، حتى لو قرأه أحدهم بطريق المصادفة.

واقرار واقعية كيانات العالم الثالث –عالم المعرفة الموضوعية – عند "بوبر" يشير فى ذات الوقت إلى إستقلاليتها ، فالموضوعية تتحقق للمعرفة بقدر استقلالها عن الحالات الذهنية للأفراد "إن المعرفة بالمعنى الموضوعى هى معرفة بدون عارف ، أى بدون ذات عارفة"(33).

ويدلل "بوبر" على استقلال موضوعات العالم الثالث بما يسميه تجارب عقلية يفترض فى الأولى تحطم كل تقنيات العلم والتكنولوجيا وطرق استخدامها ، لكن تبقى المكتبات وقدرة الإنسان على التعلم وهما يكفيان فى رأيه لاستعادة حضارتنا فى إطار محتويات العالم الثالث. ويفترض فى التجربة الثانية تحطم كل شئ بما فى ذلك المكتبات ، هنا يحتاج الإنسان ملايين السنين لكى يستعيد ما فقده . وإن كان أى من

---

(32) Ibid., P.112.

(33) Ibid., P. 109 .

المثالين لايشير إلى ضياع العالم الثالث ، فهو يوجد بصرف النظر عن إدراكنا له ، بل إننا عادة ندركه فى وقت متأخر . وبيان استقلاله عنا أن بعض مشكلاته لايقبل الحل ، وبعضها الآخر مبرهنات لاسبيل لنا للبرهنة على صحتها مثل مبرهنة "جولدباخ" بأن كل عدد من الأعداد المطردة هو مجموع عددين أصليين ، ومثل بديهية "اللانهائية " التى نسلم بها واثقين من صحتها أو من عدم نفاذ عملية العد[34] .

وحتى يؤكد "بوبر" استقلالية العالم الثالث أضفى عليه طابع الأزلية والأبدية معا أى لازمن له Timelessness ، وهذه الطبائع مستقاة من خصائص محتوياته : القضايا الصادقة ، العلاقات المنطقية ، الدالات الرياضية التى تظل على حالها رغم تغير الأزمنة . وهذا العالم يقترب بهذا المعنى من عالم المثل الأفلاطونى ، إلا أن "بوبر" يختلف عن "أفلاطون" عندما يتحدث عن طريقة اكتشافنا لهذا العالم حيث يراه ساعتها نتاجاً للعقل الإنسانى ، إننا نصنعه فى اللحظة التى نتعرف فيها على ملامحه أو عندما نواجه مشكلاته . وهذه الصيغة – التى تبدو متناقضة أمام الإدراك العام– التى يقدمها "بوبر" لطبيعة العالم الثالث ، يجعلها ساحة واسعة يمكن أن تحتوى بعض ما نراه متعارضاً من تصنيفات للعلوم ، ولنأخذ مثالاً على ذلك من الرياضيات : انها تتسم بالموضوعية والتجريد ، نكتشفها ولا نخلقها من عدم من ناحية ، وهى من ناحية مقابلة نتوصل إليها بعفوية فى غالب الأمر ونبتكر سبل التوصل إلى حقائقها. ومن يتأمل فلسفة الرياضيات السائدة اليوم يجدها تنحصر فى إتجاهين ؛ الأول يرى فى الرياضيات نتاجاً إنسانياً أيا كانت وسيلة الإنتاج أو الصناعة حدساً أو بناءً أو مواضعة . ويرى الاتجاه الثانى موضوعية الرياضيات واستقلالها وثراء موضوعاتها

---

(34) محمد قاسم : كارل بوبر ، ص : 330 : 332 .

اللانهائى . أما كيف يوفق "بوبر" بين هذين الاتجاهين ، فهذا ما يوضحه بيان ما يتم من تأثير لمحتويات العالم الثالث على عقولنا من جانب وما يقابل ذلك من مسعى إنسانى يتسم بالعفوية واللا قصد نحو معرفة الحقيقة من جانب مقابل . قد يسعى الإنسان ويبتكر فى صورة لغوية متوالية لانهائية للأعداد الطبيعية ، إلا أن الأعداد الصماء وما تنطوى عليه من مشكلات تتأى عليه وتفوق قدراته الذهنية ، إنه يكتشفها فى عالم موضوعى، عالم مستقل عمن اكتشفوه ، عالم أفلاطونى .

2- عالم بوبر ونظريات سابقيه :

هناك تاريخ طويل لعالم الأفكار ، يبدأ من عالم المثل الأفلاطونى، ثم العقل الموضوعى عند "هيجل" ، والقضايا فى ذاتها عند "بولزانو" ، فالواقع الثالث لمحتوى الفكر عند "فريجه" . ومع أن العالم الذى قال به "بوبر" يتفق مع هذه النظريات فى الخط العالم بالتسليم بوجود حقائق مجاوزة للادراك الإنسانى ومستقلة بذاتها سواء اكتشفنا وجودها أو لم نكتشفه، فهناك بعض وجوه الاختلاف نرصدها فيما يلى :

- بوبر وأفلاطون :

يرى أفلاطون فى عالم المثل ، عالما للأفكار له طابع إلهى تقطنه تصورات وماهيات كاملة وصادقة وثابتة . ويرى "بوبر" فى العالم الثالث عالما غير مكتمل يبتكره الإنسان ساعة اكتشاف محتوياته وإن كان لايخلقه من عدم . ويتكون عالم "بوبر" من نظريات وليس من تصورات . وتتضح طبيعة هذا العالم البوبرى فى مقابل عالم المثل الأفلاطونى عندما نكشف عن خصائص ما يحتويه من حقائق المنطق والرياضيات . إننا نكتشف حقائق أولية عن الأنساق الرياضية والمنطقية ساعة أن نبتكرها ، إلا أن هذه الحقائق – التى تضفى ثباتاً ومعقولية على الحالات الجزئية لتطبيق

قواعدنا المنطقية – تتجاوز قدراتنا على الإدراك . وبالتالى فإن ممارستنا لقواعد المنطق والرياضيات ذات طابع مستقل بمعنى أنها تقع خارج نطاق قدرتنا على التحكم والضبط ، إنها بالأحرى تتحكم فينا[35] .

- بوبر وهيجل :

تتفق رؤية "بوبر" للعالم الثالث مع رؤية هيجل للروح أو العقل الموضوعى فى أنهما تعبران عن موضوع للتغير فى مقابل عالم المثل عند أفلاطون[36] . فكما أشرنا يتحقق الروح المطلق أو الفكرة الشاملة على ثلاثة وجوه : الوجود ، العدم ، الصيرورة ، وبتحققه يتشكل لنا سلم المعرفة الذى تمثل كل درجة من درجاته إحدى درجات المعرفة ؛ بدءاً من فهم الأشياء تحت مقولة الوجود ، وتنوعها فى إطار الصيرورة ، وحقيقتها فى إطار الماهية ، فإذا انتهينا إلى أن الأشياء فكر ، وفكر مطلق ، كنا قد توصلنا إلى أعلى مراتب المعرفة .

يتفق "بوبر" فى برنامجه المعرفى ، مع الرؤية السابقة لهيجل ، فى القول بالتغير ، لكنه تغير لايقف عند حد ، فالمعرفة نامية متطورة تقوم على استبعاد الخطأ وعلى النقد الواعى فى إطار فكرة مطردة للبحث عن الصدق دون بلوغه تماما كما يذهب هيجل ، لذلك كان العالم الثالث البوبرى غير مكتمل على الأقل بالنسبة للإنسان العارف . وبينما تدفع المتناقضات "بوبر" إلى استخدام نصله المسمى " استبعاد الخطأ" أى استبعاد أحد شيئين متناقضين أمامه على الأقل ، يقيم "هيجل" فلسفته على الانتقال

(35) O'hear, A., Karl Popper, Routledge & Kegan Paul, London, 1980, PP. 191 -192 .

(36) Popper, Objective Knowledge, P.125 .

بين المتناقضات[37] .

وأخيراً بينما يجعل "هيجل " لروحه نوعاً من الوعى الإلهى حيث تقطنه الأفكار كما تقطن الأفكار الإنسانية الوعى الإنسانى بحيث أن الروح عنده ليست وعيا فقط بل هى ذات Self ، فإن العالم الثالث البوبرى جاء على غير ذلك تماماً حيث أن عناصره الأولى هى نتاج الوعى الإنسانى وتختلف تماماً عن الأفكار بمعناها الذاتى[38] .

- بوبر وفريجه :

استفاد "بوبر" كثيراً من سابقيه ، ومن " فريجه " بوجه خاص ؛ لذلك نجد أوجها للاتفاق بينهما كثيرة ، ووجها واحداً للاختلاف ، نبدأ به . يرتبط معنى القضية عند "فريجه" بالمحتوى الموضوعى وليس بما تقرره ويرتبط بأفكار ذاتية . المعنى موضوعى بالضرورة بينما الفكرة تنتمى إلى عالم المشاعر والاحساسات التى يتباين ويتعدد باختلاف الأفراد . وقد أشار "بوبر" فى مقابل ذلك إلى أن عالم المشاعر أو العالم الثانى يتسم بقدر كبير من الموضوعية فيما يصدر عنه من أفكار ، فللأفراد نفس الجهاز العصبى الادراكى ونفس القدرة على الاحساس إلى حد كبير .

أما أوجه الاتفاق فمناطها عالم المعانى أو الحقائق عند "فريجه" أو العالم الثالث عند "بوبر" . وهذا العالم الذى يحوى المعانى والأفكار يشكل واقعاً موضوعياً مستقل عنا ، يمكن أن نحكم على قضاياه - لدى الفيلسوفين- بالصدق أو بالكذب وهاتين القيمتين أمران موضوعيان مستقلان عن عالم الإنسان والأشياء المادية . الأمر باختصار أن " فريجه "

---

(37) Ibid., P.126 .

(38) محمد قاسم : كارل بوبر ، ص 340 .

رأى أن يقين الرياضيات الخالصة بالاضافة إلى ما تنطوى عليه قواعد المنطق من صدق وموضوعية فى حاجة إلى سند أولى فاقترح هذا العالم، وانبرى "بوبر" لصياغة هذا العالم وتفسيره خلال علاقة تبادلية بينه وبين العالم الثانى رغم التسليم المبدئى باستقلالية العالم الثالث .

الفصل الثالث

واقعية قيم الصدق

الفصل الثالث

واقعية قيم الصدق

مقدمة :

كانت النزعة الأفلاطونية الخالصة هى السائدة فى الفصل السابق . تمثل ذلك فى عدة وجوه جمعت بين نماذج الفلاسفة الذين إحتواهم ذلك الفصل، منها : أن المعنى الدقيق للواقعية يلحق بالكليات بصفة عامة وبكيانات الرياضيات وحقائق المنطق بصفة خاصة . وأن المعنى القريب للصدق يرتبط بما هو أولى وسابق على التجربة . وأن لامجال للواقع المحسوس أو للتجريب لأن يصبحا سنداً لتلك الحقائق أو معيارا لصدقها .

وقد أثارت هذه النزعة مواقف معارضة لدى عديد من الفلاسفة جاء فى مقدمتهم "بيناسيراف" كما أشرنا فى أكثر من موضع . كما صدمت هذه الأفلاطونية الخالصة بعض الفلاسفة المتحمسين لاضفاء واقعية على كيانات الرياضيات دون أن نسلبها عن الموضوعات المادية . فكان أن ظهر اتجاه يقول بواقعية تشمل كل الحقائق فى الرياضيات والفيزياء معا دون فصل بينهما . كما ظهر اتجاه آخر يدفع بالواقعية إلى مدى أبعد يرى بموجبه حقائق الرياضيات وقد تجسدت فى وقائع محسوسة وملموسة . موضوع هذا الفصل هو الاتجاه الأول الذى يمثله "كواين" و "بتنام"، على أن يكون الاتجاه الآخر موضوعاً للفصل الرابع .

يمثل "كواين" و "بتنام" الطليعة لمدرسة فكرية تذهب إلى أن ما تقرره نظرية المجموعات من قضايا له قيم صدق خاصة مستقلة عن اللغة وما

تنطوى عليه ، كما أن قيم الصدق هذه مستقلة أيضاً عن عقول العلماء. وتقرر هذه المدرسة فى خطوطها العامة أن ما يقدمه علماء نظرية المجموعات يأتى صادقاً فى مجمله . كما تذهب إلى إستحالة الفصل بين الرياضيات والفيزياء ، ومن ثم فإن التسليم بوجود موضوعات رياضية مجردة يجعلنا نسلم - بدون تردد - بوجود كيانات الفيزياء النظرية. ونتيجة معرفية لكل ما سبق فإن نظرية ما -سواء كانت رياضية أو غيرها- تتأيد إذا ما جاءت النظرية الفيزيائية المرتبطة بها سلفاً بتنبؤات ناجحة . ولاشك أن هذا القول الموجز يحتاج إلى بيان وتفصيل نتوقف بموجبه عند "كواين" ثم "بتنام" .

أولاً : كواين [1908 -] W.V.Quine

منطقى أمريكى معاصر ، اهتم بالمشكلات الفلسفية ذات الطابع المنطقى والرياضى واللغوى . اشتهر برفض دعاوى فلسفية راسخة تذهب إلى أن القضايا التحليلية (الواضحة بذاتها) تتمايز تماماً عن القضايا التركيبية (التى تستند إلى الملاحظة) وأنه يمكن ضرب أمثلة على فكرة الترادف أو تطابق المعنى .

نبدأ بيان موقفه بالإشارة إلى مقالين له هما : "فى سبيل ما يوجد"[1] و "عقيدتان فى المذهب التجريبى"[2] ، أعيد طبعهما فى كتابه : من وجهة نظر منطقية[3] . يقدم "كواين" فى المقالين معا ما يعد برهانا على وجود موضوعات الحياة اليومية من مناضد ومقاعد وغيرها ، وكذلك على وجود

---

(1) "On what there is" 1948 .

(2) "Tow Dogmas of Empiricism" 1951 .

(3) Quine , W.V., From a Logical Point of View. [1953] , Harper Torchbooks, Harvard . 1961 .

الموضوعات الفيزيائية مثل الذرات والعناصر الأولية ، بالاضافة إلى وجود موضوعات الرياضيات من أعداد ومجموعات . ويسوق برهانه باختصار على هذا النحو : متى سلمنا بنظرية ما ولتكن (ن) ؛ فإن علينا أن نسلم ونقبل بوجود موضوعات يشملها مدى المتغيرات المقيدة اللازمة لصياغة (ن) . وحتى يتسنى لنا الآن صياغة نظريات الفيزياء التى يسلم بها أغلب العلماء ، فإننا نصبح بحاجة إلى [تسوير أو] تقدير كمية المجموعات والأعداد . وهكذا يبدو أن علينا أن نسلم بوجود المجموعات والأعداد كما نسلم بوجود الالكترونات (الكهيربات) والنوى . ووجه الإثارة فى هذا البرهان يتمثل فى أن أسباب التسليم بوجود موضوعات رياضية مجردة هى عين الأسباب التى تجعلنا نسلم بوجود كيانات الفيزياء النظرية. يقول "كواين" فى ذلك :

"أعتقد أنه متى سلمنا بوجود ما – موضوعات الرياضيات مثلاً– فإن علينا أن نقبل وجودا مماثلاً للنظرية العلمية . فنحن ساعة أن نفترض أحد أنساق الفيزياء نسلم فى الوقت عينه بقدر ما تسمح به حدود العقلانية بإطار تصورى بسيط ينسق ويجمع بين شظايا مبعثرة للخبرة الأولية"(4).

فالخبرات الجزئية المشتتة يضمها تصور يدور فى فلك نسق فيزيائى أى نظرية ، لكن لايعنى ذلك استقراء فى ظن "كواين" بقدر ما هو إضفاء لوجود النظرية الفيزيائية مماثل فى طبيعته الوجودية والمعرفية للنظريات الرياضية التى نسلم بوجودها ابتداء .

ما يود "كواين" أن يؤكده هو أنه ليس ثمة إختلاف فى الوضع الابستمولوجى بين حقائق المنطق والرياضيات الخالصة فى جانب،

---

(4) Ibid. P. 16.

والنظريات الفيزيائية وباقى النظريات التجريبية من جانب آخر . بل إن محاولة الفصل بين الجانبين هو تعسف خالص وينطوى على ممارسة للخرافة(5) .

وما يهمنا من آراء "كواين" فى سياق بحثنا عن واقعية كيانات الرياضيات ، هو نفيه القاطع أن تكون حقائق المنطق والرياضيات محل شك نتيجة إفتقارها لدعم تجريبى مقبول . بل يرى الأمر على عكس ذلك تماماً، "إن هذه الحقائق فى غاية الثراء والسخاء ، وأن المرء يرى بوضوح كيف أنها منيعة بذاتها وتنأى على الدحض التجريبى أيضاً" . ويختتم عبارته بقوله : "إن ما أستنكره ، بل وأستهجنه ليس مجرد ضياع الانصاف تجاه المنطق والرياضيات ، بل محاولة الفصل بينهما وبقية العلوم "(6).

ينسب "كواين" إلى حقائق المنطق وحقائق الرياضيات صحة وصدقا يأتى سابقا على أى شواهد تجريبية ، وإن كنا نستخلص من حديثه فى كتابه فلسفة المنطق أنه يعطى أولوية وسبقا للأفكار المنطقية على أفكار الرياضيات رغم أنهما يشكلان معا دعما مشتركا للفيزياء فكيف يرى ذلك؟

إنه يرى فى بداية الأمر أن علم المنطق قد تأسس بصورة مخالفة عن العلوم الطبيعية ، وأشار فى هذا الصدد إلى ثلاث خصائص تتسم بها الحقيقة المنطقية وهى(7) :

- وضوح الحقيقة المنطقية وجلاؤها .
- لا ينحصر المنطق فى دراسة موضوع بعينه دون موضوع آخر.

---

(5) Quine , Philosophy of Logic, Prentice - Hall, Inc. U.S.A. 1970 . P.99.

(6) Ibid. P.99.

(7) Philosophy of Logic, P. 97 .

- الطابع الكلى لاستخدام المنطق Ubiquity ، حيث يصدق فـى كل زمان ومكان ، ويعد دعامة لكل العلوم بما فيها الرياضيات .

وإنه لأمر بالغ الأهمية أن نقيم مقارنة بيـن المنطـق والرياضيـات فـى ضوء هذه التقديرات الثلاثة . وأول ما يلاحظه "كواين" بصدد التقدير الأول هو أن الرياضيات ليست ممكنة الوضوح فى كـل مكـان ، كمـا أنهـا لاتتيـح برهانـاً مكتمـل الاجـراءات فـى كـل حيـن ، حتـى لـو تعلـق الأمـر بنظريـة الأعداد الأولية . إن أجزاء من الرياضيات واضحة بذاتها دون شك، إلا أن هناك أجزاءً واسعة منها لايتم تحصيلها أو التوصـل إليهـا إلـى استناداً إلـى بدايات غير واضحة . وهنا يضيف "كواين" أن الانطلاق من هذه البدايـات المفترضـة (غير الواضحـة) يتـم عبـر خطـوات فـى غايـة الوضـوح، هـى خطوات منطقية . يقصد بذلك فيما نرى خطوات الاستدلال والاشـتقاق ذات الطابع المنطقى الخالص . وهنا يخلص "كوايـن" إلـى أن صلـة الرياضيـات بالمنطق كصنو له أقل من ذلك التأثير البيّن للمنطق - مدعما ومعينا- على الرياضيات .

أما بخصوص التقدير الثانى، فالرياضيات تأتى فيه على نحو وسطى؛ حيث أن لها معجمها المفصل - خلافاً للمنطق - كما أن لهـا قيـم متغيرات متمايزة . إلا أنه ، ورغم كل ذلك ، تعد الرياضيـات مدخـلاً وواجهـة تتسم بالحيدة والتجرد للعلوم الطبيعية، وهى تشترك فى ذلك مع المنطق .

أمـا عنـد تطبيـق الخاصيـة الثالثـة علـى الرياضيـات ، نلاحـظ أن الرياضيات جديرة بالاعجاب حسب تعبيـر "كوايـن" . إنهـا تقـدم العـون بـلا حدود لكل العلوم الطبيعية بصفة عامة ، وتقدمـه لفـروع هامـة منهـا بصفـة خاصة.

ومن ثم ينتهى "كواين" إلى رأى مفاده: " أن محاولة فصل الرياضيات

والمنطق عن بقية العلوم أمر ينطوى على خطورة بالغـة يـؤدى إلـى إفسـاد الصـورة العامة لهذه العلوم وتشويشها"[8].

وقد يذهب أحدهم – بصدد الرد على رأى "كوايـن" – إلـى أن العلـوم الطبيعية على اختلاف أنواعها تمتاز بثراء المعلومـات والشـواهد والبينـات التـى تؤيدهـا أولاً بـأول ، بينمـا يتوقـف دور المنطـق والرياضيـات – وكـل رصيدهما قضايا تحليلية – عند توفير الدعم للعلوم الطبيعيـة بصـدد تقدمهـا فقط. ويرد "كواين" مفندا هذا الزعم ، مُخطئاً من يرسم حدودا فاصلـة بيـن العلوم الطبيعية فى جانب والمنطق والرياضيات فى جانب آخر، استناداً إلى معيار شهادة الحواس الـذى يعد محـل ثقـة العلـوم الطبيعيـة كـأحد مصـادر تأييدهـا ، بينمـا لاتلعـب شـهادة الحـواس دوراً حيـال المنطـق والرياضيـات اللذين تجاوزاها وتعاليا عليها حسب ظنهـم . يتسـاءل "كوايـن" : لِمَ نسـمح بالدعم والتأييد من جانب واحد دون الآخر ؟ لقد كان مسموحاً للرياضيـات والمنطق أن يدعما العلوم الطبيعية ، بينما لايوجد فى مقـابل ذلـك أى فكـرة عن أى تعزيز أو تأييد للمنطق والرياضيات تلقاء نجاح ما يقدمانه من دعـم للعلوم الطبيعية ، أليس فى نجـاح نظريـات العلـوم الطبيعيـة تـأييداً للمنطـق والرياضيات ؟! ويقرر فى النهاية : "إن هذه الغلالة المصطنعة التى تفصـل بين العلوم الطبيعية فى جانب والمنطق والرياضيات فى جانب مقابل بمثابـة حـاجز لايسـمح برؤيـة الحقيقـة إلا مـن جـانب واحـد ومـن ثـم يجـب أن تتقشع"[9].

هنا يكشف "كواين" عن الدور المعرفى لحقائق الرياضيات فى صياغة وتأييد النظريات الفيزيائية . يتمثل هـذا الـدور فـى الابقـاء علـى نظريـة مـا

---

(8) Ibid., P.98 .

(9) Ibid., P.99 .

رغم عدم توفر بينات وشواهد التأييد ، أو توفرها ولكن بصورة غير مباشرة، وتظل هذه النظرية مصنفة فى قطاع الفيزياء استناداً إلى أسس وقواعد رياضية تربطها بنظريات أخر فى نفس القطاع . كما يتمثل هذا الدور عندما تتشح نظرية فيزيائية أو جانبا منها بالرياضيات ، إلا أنها تظل مصنفة فى الفيزياء طالما أن معجمها له طبيعة مختلطة ، وليس كالمعجم الرياضى أو المنطقى الخالص .

وينتهى "كواين" بهذا الصدد إلى تأكيد ما يشبه وحدة العلوم بالنسبة للمنطق والرياضيات والفيزياء ، ويرى أن الدعم بينهما متبادل، ويرى أننا نرتكب خطأ واضحاً عندما نفرط فى استخدام ووضع الحدود والمصطلحات بين العلوم بهدف الفصل بينها . ونخطئ عندما ننظر إلى الدليل التجريبى مؤيداً للنظرية الفيزيائية وحدها ، والحقيقة أنه يؤيد نسقاً علمياً متشابكاً بأكمله يتضمن الرياضيات والمنطق بوصفها أجزاء متتامة مع بقية العلوم.

ويدعونا هذا التوحد المعرفى بين الرياضيات والفيزياء ، بالإضافة إلى نصح "كواين" لنا برفع الغلالة التى تفصل بينهما إلى أن نتساءل عن موقفه من التمييز التقليدى بين المعرفة القبلية Apriori والمعرفة التجريبية Empirical . يشير " كواين" إلى أنه قد جرت العادة على أن نقرر أن كل معرفة قبلية تدور حول حقيقة أو صدق ضرورى ، إلا أن الواقع يطلعنا على أن بعض ما هو ضرورى يمكن معرفته بطريقة تجريبية ، حتى وإن كنا نستدل عليه مما هو حادث عبر صيغة شرطية معروفة لنا بطريقة قبلية. ومعنى ذلك عنده ألا سبيل لقيام معرفة إلا عبر التجربة ، ليس ثمة سبيل آخر نعرف بموجبه الضروريات[10] .

---

(10) Dancy, J .An Introduction to Contemporary Epistemology. Basil Blackwel, Oxford, 1985, P. 222.

توضح الفقرة السابقة أن "كواين" يسلم بالتمييز بين المعرفة التجريبية والمعرفة القبلية . ومن ثم يذهب إلى أنه لايوجد خط فاصل بينهما، بل ينبغى ألا تراود أذهاننا تساؤلات مثل : هل المعرفة قبلية أم تجريبية ؟ ومادامت وسائل التحقق من المعرفة هى الغالبة فلنبحث فى درجات التجريب فقط من حيث الزيادة والنقصان(11) .

وعلى هذا النحو يمثل "كواين" - أو بالأحرى المدرسة الواقعية التى يمثلها - درجة من درجات التحول عن الأفلاطونية الخالصة كما ظهرت فى الفصل السابق إلى حديث عن الواقعية يأتى تطويراً لموقف "كواين" فى الفصل اللاحق ويتبنى مواقف أكثر تجسيدا لما نؤمن به من أفكار وتصورات لدى "بيجلو" و "مادى" .

ونعود إلى تناول البعد المعرفى فى فلسفة "كواين" لنحاول الاجابة عن سؤال يطرح نفسه الآن بالحاح : هل ينسحب ما قلناه عن المعرفة التجريبية على معرفتنا بالرياضيات ؟ وهل ثمة إستقراء ينشأ من حقائق مفردة لتكوين حقائق عامة فى الرياضيات ؟

لاشك أن من كان أفلاطونى النزعة يرى على سبيل اليقين أن معرفة الحقائق العامة ليست موضع استدلال ينشأ عن معرفة بقضايا مفردة. إلا أن دراسة تراث "كواين" تكشف عن بعض القلق والتردد ؛ فقد سبق أن سلم بأنه لايوجد اختلاف فى الإطار المعرفى بين حقائق الرياضيات من جهة والنظريات الفيزيائية والتجريبية من جهة أخرى . ومن ثم فنحن مطالبون بأن نثبت حقائق الرياضيات العامة على نفس المنوال الذى يجرى فى إثبات نظريات الفيزياء ، أى استناداً إلى وقائع فردية . ويدعم هذا الزعم أن تقدير

---

(11) Ibid., P. 223 .

الحقائق الفردية فى الرياضيات سابق على تحصيل الحقائق العامة .

إن الرياضى المبتدئ فى محاولته اكتساب معرفة بتعميم أو حقيقة عامة مثل [$أ^{م} + أ^{ن} = أ^{م+ن}$] لابد أن تتوفر له قاعدة عامة فى الحساب تصاحبها قدرة على الانتقاء من بين الحالات الفردية وسهولة التحقق منها. ثم يتسنى لهذا المبتدئ بعد فترة تعليم كافية أن يثبت بنفسه مبرهنة عامة اشتقاقاً من حقائق عامة أكثر أولية . ويعود السؤال ليطرح نفسه من جديد: هل يعنى ذلك تحصيل الحقائق العامة استناداً لحقائق فردية سبق لنا معرفتها ؟ أم يتم تحصيلها بسبيل آخر غير الاستقراء ؟ الحقيقة أن "كواين" انتهى به الأمر لا أدريا فى هذه المسألة المعضلة[12].

لكن كيف تتفق هذا النتيجة التى يصل بنا إليها التحليل السابق مع بقايا نزعة أفلاطونية نجدها فى أعمال "كواين" تنتهى إلى أولية حقائق الرياضيات وضرورتها المنطقية ؟

نقترح أن يكون "كواين" أحد هؤلاء الذين يرون فى بينات وشواهد الواقع إثباتا وتأييداً لنظريات علمية أو حتى لحقائق رياضية ، دون أن نظن لحظة أن يقين حقائق الرياضيات وقوانينها وقواعدها متوقف على الإلمام بهذه الشواهد أو البينات أو القضايا الرياضية المفردة التى أشرنا إليها فى الفقرة السابقة . وإن بحثنا عن مصدر اليقين فى حقائق الرياضيات فإنه ينشأ عن إطار نسق استنباطى محكم . وبيان ذلك أن حقائق الرياضيات والمنطق حقائق صادقة دائماً وضرورية متى احتواها نسق معين يخضع لمجموعة من قواعد الاشتقاق الصارمة . إن المبرهنة الرياضية بمثابة نتاج منطقى لمتسلسلة من القضايا (تعريفات ومصادرات) جاءت على نحو

---

(12) Hale, B. Abstract Objects PP: 98- 9 .

معين؛ فيلزم عن هذه القضايا أو المقدمات نتيجة ترتبط معها برباط شرطى؛ ونعلم أن قاعدة اللزوم المنطقى تقول بضرورة صدق التالى متى كان المقدم صادقاً . ونحن فى الرياضيات الخالصة لانعنى بصدق المصادرات لما قد ينطوى عليه من بعد تجريبى ، وإنما نعنى باتساق المصادرات بعضها مع بعض . فإذا تواضع علماء الرياضيات على تعريفات بعينها تضفى معانى محددة على رموز معينة ، ثم تواضعوا على صياغة مصادرات تتسق فيما بينها وتستند إلى مجموعة التعريفات ، ثم خلصوا إلى مبرهنة ما . فإن هذه المبرهنة صادقة بالضرورة ، وتشكل مع النسق منظومة واحدة يصعب تجزئة اليقين فيها . والأنساق الرياضية التى تحتويها نظريات المنطق الرمزى خير شاهد على ذلك القدر من اليقين .

والجديد فى هذا التبرير الذى نلتمسه لليقين فى رأى "كواين" أنه يستند إلى ما يتواضع عليه العلماء من معانى للرموز ، مع أن التواضعات حادثة ومن ثم لاتنطوى على ضرورة منطقية . ونعود فنقع فى مغبة ما هو تجريبى وحادث ومتغير . يبدو أن "كواين" كان يشكل بالفعل مرحلة تحول عن الأفلاطونية[13] .

وقد أصاب هذا التردد "كواين" أيضاً عندما قدما نظريته فى المعنى. فقد سلم منذ البداية أن معنى الكلمة أو التصور هو الاتيان بمرادف له أى تصور آخر يكافئه منطقياً . وهناك معنيان للترادف من الناحية المنطقية. الأول : أن تترادف كلمة ما (أو عبارة) مع كلمة أخرى أو عبارة إذا حلت إحداهما محل الأخرى فى سياق قضية دون أن يتغير المعنى ، فهوية المعنى هنا هى أساس الترادف والمثال البين على ذلك القضية التحليلية

---

(13) See: Dancy, Op.cit., P.224.

ومحمود زيدان : فى فلسفة اللغة ، ص : 86 : 88 .

التى يأتى فيها المحمول لكى يحلل معنى الموضـوع . وصـدق القضيـة هنـا ومثلها القضية القبلية يعتمد على فكرة الترادف وهنا ينشأ دَوْرٌ : "هل يعتمـد معنى الكلمة على الاتيان بكلمة مرادفة لها ، أم تعتمد فكـرة الـترادف علـى سبق علم بمعنى الكلمة التى تأتى بمرادف لها ؟ "(14) يحاول "كواين" تجاوز الدور السابق بالتحمس لتفسير سلوكى لنظرية المعنى يقوم على فكرة المنبه والاستجابة ، فيرى أن الجمـل المختلفـة تعتـبر مترادفـة إذا حققت اسـتجابة واحدة . إلا أن هذا الاقتراح يفشل هو الآخر لأسباب عديدة أهمهـا اختـلاف معنى الجملة الواحدة من شخص لآخر ومن ثم اختلاف ردود أفعالهم.

أما المعنى الثانى للترادف المنطقى فيتحقق إذا كان تعيين معنى كلمـة أو عبارة هو البحث عن قيمة صدقها ، هنا يصبح لجملتين نفس المعنـى إذا كانت لهما قيمة صدق واحدة ، ومن ثم فلتعبيرين نفس المعنى إذا كان لهمـا نفس الماصدقات ، مثال على ذلك قولنا :

"العـدد الصحيـح التـالى لــ 5 " و " العـدد الصحيـح السـابق علــى 7" وكذلك ما نقصده من العبارتين :

"تلميذ أفلاطون" و " معلم الإسكندر الأكـبر" . فمـا صـدق الأولـى هـو العدد 6 ، وما صدق الثانية هو "أرسطو" . لكن هل يصلح هذا التفسـير فـى كل الحـالات ؟ الجـواب بـالنفى ، وأدركـه "كوايـن" نفســه عندمــا إسـتخدم عبارات من نوع "مخلوق بكليتيـن" و "مخلـوق بقلـب " ، "عبارتـان تشـيران إلـى مخلـوق واحـد ورغـم ذلـك لاتـتردد فـى اختـلاف معناهمـا . ومـن ثـم لانستطيع القول أنهما عبارتان مترادفتان . إذن لاتكفى قيمة الصدق لتكـون معياراً للترادف أو تطابق المعنى"(15) .

---

(14) محمود زيدان : فى فلسفة اللغة ، ص 104 .

(15) نفس المرجع ، ص : 105 ، 106 .

بقى أن نشير إلى أغلب أعضاء المدرسة التى يمثلها "كواين" ينهجون نهجاً شكيا تجاه الجهة modality ، بمعنى يرون عنده أن أفكار الجهة لاتلعب دوراً أساسياً فى التفسيرات الفلسفية ، وإن كانت لدى البعض منهم أفكار منطقية مثل الأمكان والضرورة والنتيجة تعد بمثابة استثناءات هامة على تلك النزعة الشكية .

ومن أفكار الجهة التى عارضها "كواين" فكرة العوالم الممكنة Possible Worlds تلك التى يقول بها فلاسفة الرياضيات الرافضين للقول بواقعية الكيانات الرياضية ، والتى تفيد تعدد الاحتمالات وتعدد الصواب ، رفض "كواين" هذه الفكرة لتعارضها التام مع القول باستقلال وسبق كيانات الرياضيات[16] . كما رفض -بصدد عرض نظريته فى الأبستمولوجيا- أن نتحدث عما هو "ممكن منطقياً" Logically Possible ، مثل زعم يردده البعض فى قولهم : "إنه من الممكن منطقياً أن يكذب امرؤ فى معتقداته الحالية فى أى زمان" . أن هذه فكرة تنطوى على تناقض ، أما الإمكان الذى يسمح به من أجل تطور المعرفة العلمية فهو الإمكان الفيزيائى Physical Possibility[17].

ما ينتهى إليه "كواين" هو : "إنه إذا كان المجال الوحيد للكذب هو مجال منطقى ، فليس ثمة مجال على الإطلاق "[18] .

*　　　*　　　*

---

(16) راجع الفصل الخامس من هذا البحث ، وخاصة فصيل العوالم الممكنة عند "شيهارا".

(17) Dancy, J., Op.Cit., PP. 235- 6 .

(18) Ibid., P. 237 .

انطوت أراء "كوايـن" فـى المعرفـة الرياضيـة علـى جرأة فـى جـانب يواكب بها نتاج العصر الذى ينتمى إليه ، وإن لـم تتخلص هـذه الآراء فـى جانب آخر من اعلاء لشأن الحقيقـة فـى المنطـق والرياضيـات . إلا أن مـا أضافه ويحسب له هو القول بنوع مـن الوحـدة المعرفيـة بيـن العلـوم ، وإن تمايزت داخل هذا الاتحاد إلى : منطق ورياضيات ثم علوم طبيعية .

ثانياً : هيلرى بتنام Hilary Putnam

أستاذ المنطق وفلسفة الرياضيات بجامعة "هارفارد" ، يشارك "كوايـن" أغلب اهتمامـه فـى طـرح – وعـلاج– المشـكلة الأنطولوجيـة فـى فلسـفتى المنطق والرياضيات : هل الكيانات المجردة التى يـرد ذكرهـا فـى المنطـق والرياضيات موجودة بالفعل[19] ؟

يعرض "بتنام" للخطوط العامة التـى تمثـل عنـاصر الاجابـة عـن هـذا السـؤال فـى مجموعـة كتـب لـه ، ويعـد كتـاب : الرياضيـات ، موضوعهـا ومنهجها ، أقرب هذه الكتب لموضـوع بحثنـا ، ويحتـوى فـى مقدمتـه علـى النقاط التالية :

- إن ما يقصده بالواقعية ليس واقعيـة الموضوعـات الماديـة وحدهـا ، بـل هناك واقعية تعزى إلى الكليات مثل المجالات الفيزيائية ، كما تعزى إلـى ضرورة الرياضيات أو تعزى بالأحرى إلى موضوعات الرياضيات .
- رفض أن يكون كل صدق هو صدق أولى أو قبلى فقط .
- رفـض التسـليم بـأن قضايـا الواقـع جميعهـا قضايـا تجريبيـة أى تخضـع للتحقـق والاختبـار التجريبـى فـى كـل الأحـوال . ذلـك أن بعضـها كذلـك

(19) Putnam, H., Philosophy of Logic, Goerge Allen & Unin Ltd London, 1972, P.Vii .

وبعضها الآخر غير ذلك .

- يهدف بتنام إلى القول بأن الرياضيات ليست علما قبلياً رغم ضرورتها ولزوميتها ، ومن ثم يحاول أن يكشف عما بها من وجوه تجريبية وشبه تجريبية[20] .

ويكشف التأمل الأولى لهذه النقاط عن فلسفة "بتنام" الوسطية ، بين النزعة الأفلاطونية الخالصة من جهة والنزعة الاسمية المقابلة لها. يتحمس "بتنام" لفلسفة يغلب على عناصرها الطابع العملى الذى يحاول سد ثغرات الآراء المتطرفة ، فلنناقش هذه النقاط الواحدة تلو الأخرى ، على أن نحاول أن نكشف عن الجانب المعرفى خلال عرض الأساس الوجودى لكل فكرة .

أما النقطة الأولى فتتعلق بمعنى الواقعية لديه . لايقصد بالواقعية ما ينطوى عليه المذهب المادى materialism من قصر لها على وجود الموضوعات المادية بالمعنى الدارج أو الساذج . ومن ثم فليست الخبرة الإنسانية هى المعيار الوحيد للحكم على قضايا العلم بالصدق أو بالكذب. إن هذه القضايا فى رأيه إما صادقة أو كاذبة دون أن يتاسس صدقها أو كذبها على الاطرادات التى تعكسها الخبرة الإنسانية التى تعكس الواقع المحسوس .

كذلك يتخطى الواقع الذى ينشده ومن ثم الواقعية مستوى العقل الإنسانى وما ينطوى عليه من عمليات ذهنية تمتد إلى بناء اللغة والمصطلح والمواضعة . الأحرى أن عقل الإنسان يعد جزءا صغيرا من الواقع . إن الواقع الذى يتحدث عنه "بتنام" يحتوى موضوعات كثيرة أولها موضوعات الرياضيات وكيانات المنطق ، وثانيها المجالات والمقادير الفيزيائية وبقية

---

(20) Putnam, H., Mathematics, Matter and Method, Philosophical Papers , Vol.1, Cambridge University Press, London, 1975, P.Vii.

الكيانـات التـى تتسـم بـالضرورة فـى العلـوم الطبيعيـة ، وثالثهـا واقعيـة الموضوعات المادية المألوفة كما تعكسها الحياة اليومية[21] .

نلاحظ إذن أن مساحة الواقعية لدى "بتنام" إمتـدت كثيراً لتشمل كافـة الكيانـات والكائنـات التـى تقـع بين طرفين متقـابلين متضـادين : النزعـة الأفلاطونية فى جانب والنزعة الاسمية أو المادية فى جانب آخـر . وعلينـا أن نتوقع من فيلسوف فى مثل موقفه أن تـأتى تفسيراته وتسـويغاته لبعـض التصورات الفلسفية مختلفة بعض الشئ عما جاءت عليه فى أنسـاق فلسـفية أخرى . ولنا أن نلاحظ ذلك فى النقطة التالية .

إن أهم الأسباب التى جعلت "بتنـام" يقـف موقفـا يختلـف -ان لـم يكـن يناهض- مواقف أغلب فلاسفة الرياضيات من القائلين بالواقعيـة ، هـو أنـه يتبنى وجهة نظر إيستمولوجية تنكر -بصورة ما- وجـود الصـدق الأولـى. يقول فى بيان وجهة نظره :

"إن ما أرفضه هو تصور الصدق الأوّلى كما يشير إليـه ديكـارت فـى فكرتى الوضوح والتميز. إن أفكار ديكارت الواضحة والمتميزة هى حقـائق تنطوى على شهادة ذاتية بالصدق ؛ إنها تنحت معالم صدقهـا علـى وجههـا. ليس من المعقول لدىّ أن ينشأ صـدق مـن هـذا النـوع ، كمـا أنـه ليـس مـن المقبول أن يكون موضع إرتياب"[22].

ويدلل "بتنام" على صعوبة التسليم بالصدق الأولـى ، وحتـى إن سـلمنا به فى مرحلة فلا يكفل له هذا التسليم المؤقـت صفـة الـدوام أو الاسـتمرار. يضرب مثالاً على ذلك من تـاريخ الرياضيـات ، والهندسـة بصفـة خاصـة:

---

(21) Putnam, H., Mathematics .., P.ix .

(22) Ibid., P.VIII .

هناك شخصان سافر أحدهما متبعاً فى رحلته خطا مستقيماً ، فينبئه الآخر بأنه يمكنه العودة إلى نفس المكان الذى بدأ منه رحلته مادام يسير فى خط مستقيم . وهذا النبأ يكون صادقاً إن كان المتحدث يتكلم بلغة " أينشتين" والنسبية ، ويتصور أن يكون السفر فى خط مستقيم وعلى سطح منحنى فى نفس الوقت ، ويلم بأعمال "لوبتشفسكى" أو "جاوس" أو "بولياى" . أما إن كان المتحدث يقصد العودة إلى نفس الموضع بالسفر فى خط مستقيم فى الفضاء دون أن يطرأ أى تغير على إحساس المسافر بالاتجاه ، أى يتبع فى سفره خطا مستقيما بالمعنى الوارد فى الهندسة الاقليدية ، فإن ما يقول به المتحدث يعد مستحيلاً . وهنا ينشأ تنافر بين قضيتين طالما قال الإنسان – فى تاريخ العلم– بصدقهما :

أ – لايمكن للمرء العودة إلى نفس المكان بالسفر فى خط مستقيم .

ب– يلزم عن بديهيات "اقليدس" أن المرء لايمكن أن يعود إلى نفس المكان بالسفر فى خط مستقيم .

إن القضية الأولى إحدى مبرهنات هندسة "اقليدس" ولنطلق عليها "س" وما يود "بتنام" الاشارة إليه هنا هو أن هناك إختلافاً كبيراً بين القول بأن "س" ينبغى أن تصدق متى كان المكان اقليديا من جهة والقول بأن "س صادقة بالضرورة "[23].

وتتضح معالم التمايز بين القضيتين [المبرهنة ، النتيجة] متى علمنا حدود التمييز بين المكان الاقليدى بوصفه موضوعا رياضياً مجرداً، والمكان الفيزيقى أى المكان الذى تتحرك فيه الأجسام . إن الخلط بين هذين النوعين من تصور المكان كان وراء الخلط والتشوش فى معنى الصدق.

---

(23) Ibid., P. ix & Philosophy of Logic, P. 18 .

ينتهى "بنتام" إلى أن الصدق لو كان أولياً واضحاً متميزاً ما أصاب الإنسان الخلط والتشوش حيال حقائق الرياضيات ، ولساد مفهوم واحد للصدق فى كل العصور . كأن "بنتام" يرد بذلك على "ديكارت" عندما جعل الوضوح والتميز معياراً للصدق واليقين ، ثم عيَّن لمعيار الوضوح والتميز ثلاثة جوانب أو معايير فرعية هى(24) :

- معيار ذاتى بمعنى أن قضية ما تصبح صادقة حين تكون حاضرة أمام عقل منتبه وهذا هو الوضوح ، أما التميز فحين تختلف اختلافا بينا عن أى قضية أخرى . وإن طبقنا هذا المعيار على القضيتين السابقتين (أ ، ب) نجد أنه إن توفر لدى الناس الاحساس بالوضوح فى كل زمن ، فإن الاحساس بتمايز القضيتين مرتبط بمفهوم وتصورات العلم السائدة فى عصر واختلافها عن عصر سابق أو لاحق .
- معيار موضوعى يتمثل فى وجود علاقات ضرورية بين عناصر القضية وهذا لا اختلاف عليه بين أغلب المناطقة وفلاسفة الرياضيات .
- معيار ميتافيزيقى يشير إلى ما ينطوى عليه الموضوع الواضح المتميز من ماهيات وحقائق خالدة ، الله مصدرها وعلينا اكتشافها. ولاشك أن "بنتام" فى رأينا قد تجاوز هذه المرحلة التى تتضح فيها معالم النزعة الأفلاطونية .

أدى بنا تحليل آراء "ديكارت" لبيان وتوضيح موقف "بنتام" فيما يتعلق بالصدق الأولى .

---

(24) انظر محمود زيدان : نظرية المعرفة ، ص 36 : 37 .
محمد ثابت الفندى : مع الفيلسوف ، ص 156 : 158 .

أما النقطة الثالثة فهى توحى بطبيعة النهج الوسيطى الذى يتبعه "بتنام" فهو ما يكاد ينفى فكرة (أولية الصدق مثلا) حتى يبادر محذراً ألا نفهـم مـن سياق حديثه النهاية الطبيعية لهذا النفى (قضايا الواقع قضايا تجريبية) . فهو يرفض هنا رفضا تاما القول بـأن كـل قضايـا الواقـع محـل دراستنا قضايـا تجريبيـة . إن كيانـات الرياضيـات والمنطـق والفيزيـاء الخالصـة ، كيانـــات واقعية، وتدخل فى صوغ قضايا نضفى عليها أو علـى مـا يشـتق منهـا مـن قضايا ضربا من الواقعية . إن الحديث عن الفئات Classes أو ما يعادلهـا مـن كيانـات غير متجسدة non Physical يعد أمـراً ضروريـاً للمنطـق والرياضيات . كما أن فكرة الصحة المنطقيـة Logical Validity – تلـك التى يستند إليها العلم بأكمله – لايمكن شـرحها أو تفسيرها بطريقـة مقنعـة اعتماداً على لغة المذهب الاسمى وحـده ، أو لا يتسنى لنـا ذلـك الآن علـى الأقل[25] .

ويذهب "بتنام" نفس مذهب "كوايـن" فيمـا يتعلـق بالصلـة الوطيـدة بيـن المنطق والرياضيات ، ثم بينهما معا والفيزياء . يرى أن محـاولة إقامة خـط فاصل بين المنطق والرياضيات أمر لايخلو من تعسف ويبدو مستحيلاً. قـد يرى البعض أنه يمكن اقامة هـذا الخـط علـى نحـو مطـابق لخـط ينشـأ بيـن منطق من المستوى الأولـى ومنطـق مـن المسـتوى الثـانى ، إلا أن هـذا قـد يؤدى بنا فى نظر "بتنـام" إلـى أن نجعـل فكرتـى الصحـة واللـزوم تخصـان الرياضة وحدها دون المنطق . فى الوقت الذى كان فيه "فريجـه" و "رسـل" و "هوايتهد" يعدون فيـه نظريـات منطـق المسـتوى الثـانى وحتـى المسـتوى الأعلى (مجموعات المجموعات لـ .. مجموعات المفـردات) مـن المنطـق ؛ ومن ثم فهذا يدعونا إلى التسليم بأنه ليس ثمة خـط فـاصل بيـن الرياضيـات

---

(25) Putnam, H., Philosophy of Logic. P.23.

والمنطق ، بل إن الرياضيات جزء من المنطق . ومن ثم فإن موضوعات فلسفة الرياضيات هى موضوعات فلسفة المنطق عينها[26] .

أما محاولة رصد أوجه الاختلاف بين الرياضيات والعلوم التجريبية فأمر لايخلو من مبالغة فى رأى "بتنام" ، وبيان ذلك لديه أن هناك تفاعلا فى الرياضيات ينشأ عند وضع المصادرات مع اختبارات شبه تجريبية، ونشاطاً فى التصور يتجه نحو صياغة نماذج قبلية تنطوى تحتها مجموعة من القرائن والشواهد . أى أن كل محاولة للتفكير فى موضوعات أحد العلمين تستدعى – وبالأحرى تستند إلى – موضوعات العلم الآخر . صحيح أن الرياضيات تبدو قبلية بصورة أكثر وضوحاً من الفيزياء ، ولا ينكر ذلك من يحاول حصر أوجه الاختلاف بين العلوم . إلا أن ذلك لايجعل "بتنام" يسير إلى آخر المدى ، بل إنه يستدرك قائلاً[27] :

"إننا ندرك أن مبادئ الرياضيات هى مبادئ قبلية لكن بصورة نسبية، دون أن يدفعنا هذا الإدراك إلى استنتاج أن تلك المبادئ بمثابة متواضعات أو قواعد لغوية .." ، ويضيف موضحاً موقفه بهذا الصدد : "ليس علينا أن نختار بين الأفلاطونية – التى ترى فى الرياضيات موضوعات لمعرفة قبلية ، والمذهب الأسمى الذى ينكر أن تكون موضوعات الرياضيات واقعية أو أن تكون محل اعتقاد على هذا النحو".

ننتقل إلى النقطة الرابعة فى هذا السياق ونبدأها بسؤال نوجهه لبتنام نفسه : هل توجد موضوعات الرياضيات مفارقة للموضوعات الفيزيائية ؟ ونبحث فى محتوى إجابة هذا السؤال عن موقف "بتنام" ، لكنه يبادرنا بقوله:

---

(26) Ibid., PP. 33- 34 .

(27) Putnam, H., Matematics., P. xi .

هذا سؤال لاتوجد له عندى إجابة واضحة متميزة . وان كررنا السؤال بصورة تنطوى على سذاجة مقصودة : هل توجد الأعداد إلى جوار المقاعد والمناضد وبقية الأشياء الموجودة بالعالم ؟ ثم نقترح سؤالا ثالثا عما إذا كان أفلاطونياً بالفعل ، أو حتى أرسططاليا فى أفضل الحالات .يرد "بتنام" بأنه فيما يتعلق بمسألة وجود كيانات الرياضيات يعد أقرب إلى أرسطو ويتحمس لاتجاه يقيم المعرفة بالحقيقة الرياضية مستقلا عن التجربة، هو لاينكر دور التجربة لكن لايعطيها دوراً أساسيا ، إنها تأتى لاحقة على ما تتمتع به الحقيقة الرياضية من صواب ذاتى . ويذكرنا موقفه بموقف "كواين" بهذا الصدد عندما كشف عن صدق القضية الرياضية فى إطار نسق استنباطى تتسق فيه مع بقية قضاياه . لاحظنا أن "بتنام" أنكر الصدق الأولى وإن كان ذلك لم يمنعه من أن ينسب إلى القضية الرياضية أولوية لاتتوفر بنفس القدر فى القضية الفيزيائية .

ويكشف "بتنام" عن طبيعة ما يعتقد به وموقفه من الأفلاطونية حين ينتهى إلى أن منهج البحث الرياضى ينطوى على عناصر شبه تجريبية، ويطلعنا هذا المنهج على أن وجود موضوعات الرياضيات أمر نسبى ، ونحن خلال استخدامنا للمنهج الرياضى نقترب شيئاً فشيئاً من الحقيقة والصدق. وهنا تصبح النزعة الأفلاطونية على يديه بمثابة برنامج للبحث research program أى خطة مفتوحة غير صارمة المعالم أو محددة الخطوات ، إنها بالأحرى أمر قابل للتعديل والتطوير من خلال المحاولة والخطأ[28] .

وبتنام يأخذ بنظرية الأوصاف المتكافئة" ويطبقها فى الرياضيات كما يطبقها فى الفيزياء . وهذه النظرية تشبه إلى حد كبير مانطلق عليه مبدأ

(28) Ibid., P. XIII.

"تعدد الصواب" ويعنى أننا نستطيع أن نعبر عن الحقيقة الواحدة بأكثر من وجه . وتلك سمة تشير إلى ما تتصف به المعرفة الإنسانية من نسبية ، كما تشير إلى أن الوصول إلى اليقين له أكثر من سبيل ، وتشير فى رأينا إلى الموقف الوسطى الذى يأخذ به "بتنام" . يدلل "بتنام" على موقفه بمثالين أحدهما من الرياضيات والآخر من الفيزياء ، أو الفيزياء الرياضية على وجه الدقة .

يتحدث "بتنام" عن بناءات متكافئة equivalent construction فى الرياضيات ، ويقصد بها - على سبيل المثال- الأعداد حين تنشأ عن مجموعات Sets بأكثر من طريقة . كما أن نظرية المجموعة تقبل الترجمة من وإلى لغة تتناول صيغ وحقائق ، وهذه اللغة البينية بين المجموعة وما تنطوى عليه تشير إلى تعدد سبل تحصيل المعرفة . ويحذرنا بتنام أن ننظر إلى أحد هذه السبل على أنه أكثر يقينا من الآخر، إنها تشكل فى مجموعها أوصافاً متكافئة equivalent description[29].

ويؤيد "بتنام" ما يذهب إليه "ريشنباخ" فى اعتقاده بأن النظريات المتنافسة هى بمثابة أوصاف متكافئة تكشف عن حالات متعددة لشئ واحد. ورغم أن "ريشنباخ" توصل إلى هذا الرأى بعون من نظرية تحقيق المعنى، إلا أن "بتنام" يرى أن هذا الرأى بالذات مستقل تماماً عن تلك النظرية. ويضرب مثلا على ذلك بما ينتج عن فيزياء "نيوتن" من صيغ نظرية هى أوصاف متكافئة رغم ما يبدو عليها من تباين : نسلم فى الصيغة الأولى بنقاط المكان والكتل على أنها فرادى ، ومن ثم فالعلاقة بين هذه النقاط علاقة بين فرديات . ونسلم فى الصيغة الثانية بأن الكتل وحدها فردية بينما نقاط المكان صفات أو محمولات للمفردات (خواص منعزلة من الناحية

(29) Putnam , Philosophy of Logic, P. 75 .

المنطقية) . أما التعريفات التى نضعها للحدود الأولية لكل صيغة من هاتين الصيغتين فإنه يمكن أن نضعها بلغة الصيغة الأخرى ، ومن ثم فكل مبرهنة تنشأ عن صيغة نظرية يمكن أن تنشأ عن نفس الصيغة الأخرى، ومن ثم فإن هاتين الصيغتين أو النظريتين وصفان متكافئان . كذلك فإن نظرية النسبية العامة فى حالة سلامتها تنطوى على عبارات تقريرية عن السلوك الفعلى والسلوك المحتمل للنقاط الزمكانية ، لكن هذه العبارات لا يمكن أن تتحول أو تترجم إلى عبارات تقريرية عن السلوك الفعلى والمحتمل للجزيئات حتى الآن . وكذلك الأمر فى حالة تساؤلنا عما إذا كانت نظرية المجال أو نظرية الجزئ بمثابة أوصاف متكافئة للعالم أو أنها ليست كذلك ؟

يطرح "بتنام" هذه الأسئلة ليشير إلى ما يود أن يؤكده بهذا الصدد؛ إن الإجابة عنها لاتتوفر لدينا بتحليل المعنى كما ذهب أناس ولا بأى نوع من التحليل القبلى كما ذهب آخرون . إنما تعتمد الإجابة عن هذه الأسئلة على نوع وطبيعة النظرية الفيزيائية عن العالم ومدى سلامتها. وهذا ما ينتهى إليه فى قوله : "إن فكرة الوصف المكافئ يمكن أن نأخذ بها كما اقترحها ريشنباخ بعد أن نخلصها من الشوائب الوضعية"[30].

ونختتم حديثنا عن "بتنام" برأى يلخص موقفه من الإنسان والعلم والطبيعة ، ويكشف عن موقفه الوسطى الفريد ، يقول :

"إن الدراسة الفلسفية للعلم تنطوى على الإلمام بسبل فهم أمرين : هما الطبيعة وحدود العقل الإنسانى . فإن توفرا لدينا فإنهما يصبحان بمثابة أسس كافية لأخذ العلم وفلسفته مأخذ الجد ، إلا أنهما لايبرران لنا تقديس العلم"[31].

---

(30) Putnam, H., Mathematics., P.XII.

(31) Ibid., P. XIII.

الفصل الرابع

كيانات الرياضيات والواقع الفيزيائى

الفصل الرابع

كيانات الرياضيات والواقع الفيزيائى

إن الحديث عن واقعية لكيانات الرياضيات ذات طابع مفارق أمر تكرر كثيراً منذ أفلاطون ، والحديث عن إنكار تام لتلك الكيانات بالاضافة إلى الكليات أمر آخر تذكره كتب تاريخ الفلسفة . ولكل حديث فريق يتبارى فى تقديم حججه وبيّناتِه وبراهينه التى يؤكد بها ما ينتهى إليه . أما موضوع هذا الفصل فهو حديث آخر يتبناه فريق ثالث ، يذهب إلى القول بواقعية للكليات والكيانات الرياضية ، إلا أنها واقعية من نوع خاص، واقعية بعدية فيزيائية أى مادية الطابع . تضفى نوعاً من الوجود الواقعى الملموس أو قل التموضع المكانى على الأفكار والكيانات التى لها حالات جزئية .

وموقف هذا الفريق يبدو –على هذا النحو – أرسطاليا ؛ فبينما يعتقد "أفلاطون" بصور أو مثل تقطن عالما مفارقاً ، يذهب "أرسطو" إلى أن هذه الصور " بما فيها الصور الرياضية" توجد مجسدة فى العالم المادى . ومن ثم يتسنى لنا إقامة علاقات عليّة معها ، ونتعلم شيئاً عن طبيعتها . وكأن أصحاب هذا الفريق يقدمون من خلال موقفهم حلا لمشكلة التفاعل العلىّ الشهيرة كما أثارها "بيناسيراف" : كيف تنشأ لنا علاقة عليّه مع الكيانات المجردة ، طالما أن النظريات العليّة فى المعرفة هى المفضلة لدينا ؟ أو كأنهم يجيبون عن سؤال "كانط" الأثير : كيف تصبح المعرفة الرياضية أمراً ممكناً ؟

إن أغلب أصحاب هذا الاتجاه إنطلق إلى القول بواقعية فيزيائية لأفكار وكيانات الرياضيات من تمييز أقاموه بين نوعين من الرياضيات : رياضيات خالصة تماماً ، مثل نظرية المجموعة اللامحدودة ، لاتنطبق على أرض الواقع العلمي ومن ثم تصنف على أنها ضرب من الميتافيزيقا. أما النوع الثاني من الرياضيات فيحتوى تلك الأجزاء - أرسطالية الطابع- التى يستعملها العلم . والنوع الثانى هو موضع اهتمامهم بصفة عامة؛ فالتصورات الرياضية التى تتضح فى النظريات العلمية جيدة التكوين يمكن تناولها ساعة تجسدها فى العالم المادى . كما يمكن اعتبار المبرهنات الرياضية الخاصة بهذه التصورات مبرهنات صادقة طالما أنها تتطابق مع حالات لها فى عالمنا المادى .

إن ما يقره أصحاب هذا الاتجاه -بصفة عامة - هو أن الكيانات الرياضية توجد وجودا ضمنياً فى العالم المادى ، وإن كان ذلك لا يعنى إدراكها بصورة مباشرة فى كل الحالات . ومن هؤلاء : "جون بيجلو" فى كتابه : واقعية الأعداد ، رؤية فيزيائى لفلسفة الرياضيات[32] . و "بنلوب مادى" فى كتابها : المذهب الواقعى فى الرياضيات[33] . و "إيفيت سولمون" فى كتاب : تطبيق الرياضيات[34] . وجان بول فان بندجم فى كتاب : الرياضيات التطبيقية المحدودة[35] .

---

(32) John Bigelow : The Reality of Numbers , A Physicalist's Philosophy of Mathematics, Oxford : Clarendon Press, 1988 .

(33) Penelop Maddy : Realism in Mathematics. Oxford : Clarendon Press, 1990 .

(34) Yvette Solomon : The Practice of Mathematics. London : Routledge & Kegam Paul, 1990 .

(35) Jean Paul van Bendegem : Finite Emprical Mathematics : Outline of a System . Ghent, 1987 .

سنكتفى فى هذا الفصل بعرض نموذجين من ممثلى هذا الاتجاه هما: "بيجلو" و "مادى" . يكتب "بيجلو" ضمن الاتجاه الواقعى الاسترالى ، وبصفة خاصة اتجاه "أرمسترونج" فى الواقعية البعدية التى تضفى على الكليات طابعا مادياً . أما واقعية "مادى" فهى واقعية نظرية المجموعة set theory التى تنتمى بصورة ما لمذهب بتنام / كواين . ينكر الاثنان أن تكون كل كيانات الرياضيات أموراً مجردة ، بل إن هناك واقعاً فيزيائياً يمثل طبيعة بعض هذه الكيانات على الأقل . ثم يختلفان فى سبل إثبات ذلك .

أولاً : جون بيجلو : J.Bigelow

يذهب "بيجلو" إلى أن كل ما يوجد لابد أن تكون له طبيعة فيزيائية ويقرر فى نفس الوقت أن الرياضيات هى نظرية فى الكليات Universals ومن ثم فالكليات فيزيائية الطابع بمعنى أنها متحققة الوجود[36] . ويتحقق وجود الكليات الرياضية بوصفها عبارة عن خاصية فيزيائية من ناحية كما أنها بمثابة علاقات بين موضوعات فيزيائية . وقبل أن نشرح ما يقصده بالخاصيات Properties والعلاقات relations ، نتحدث عن السمة الأساسية للكليات وهى التموضع . فالكليات تتموضع فى أماكن مختلفة، وتتكرر فى مواضع عديدة فى نفس الوقت ، أو هى حسب تعبيره : متكثرة المواضع multiply Located[37].

ونتساءل : هل تتكثر الكليات وتتوزع على نفس النهج الذى يتصوره عالم الفيزياء لفكرة المجال Field ؟ نشير بداية إلى أن ما يناقشه عالم الفيزياء من مجالات يتم التعبير عنه بلغة رياضية بالغة الدقة ، ولا يحتمل

(36) Peter Milne, "The Physicalization of Mathematics" Brit. J.Phil. Sci. (45) 1994 , P.311.

(37) Ibid., P. 307.

أن تشكل هذه اللغة نقطة بدء ملائمة ينطلق منها "بيجلو" بصدد تأويله للرياضيات بوصفها نظرية فى الكليات . ونشير ثانية إلى ما يرصده "بيجلو" من وجه للاختلاف بين المجالات والكليات ، وهو أن الأخيرة لاتتموضع فى كل مكان ، بينما المجال رغم أنه متعدد القوى فى المواضع المختلفة لكنه موجود فى كل مكان حتى لو كانت قيمته صفر هنا أو صفر هناك . إن الكليات تتموضع فقط حيث توجد حالات ممثلة لها ، ومن ثم فإن أى خاصية تتموضع بكاملها فى المكان الذى توجد به حالة ممثلة ، ولا يقصد "بيجلو" أن تتوزع الخاصية بين الحالات[38] .

ويرى "بيترميلن" بصدد تحليله لموقف "بيجلو" أنه ينطوى على عنصرين أساسين هما: الخاصيات والعلاقات، يبرزان الصورة التى تتموضع بها الكليات وتتجسد أمامنا .

أما تموضع الخاصيات فيأتى على ثلاثة أنحاء[39] :

1- إن شيئا ما قد يكون مربعا دون أن يكون أى من أجزائه الفيزيائية مربعاً. فالشكل بصفة عامة يعد خاصية طارئة لأى شئ ، بحيث تتعلق هذه الخاصية بالشئ بكامله ولا تتعلق بالضرورة بأى من أجزائه ، رغم أن الكل يأخذ صورته أو شكله استناداً لطبيعة أشكال الأجزاء المكونة له. هنا يحل التربيع بصورة كاملة حيثما لايحل المربع فى كل جزء فيزيائى على حدة .

2- ان افترضنا موضعا ثلاثى الأبعاد له كثافة واحدة ؛ فإن كل جزء من أجزائه تصبح له نفس الكثافة . وفى هذه الحالة فإن الكثافة المنتظمة

(38) Ibid., P. 308 .

(39) Milne, Op.Cit., P.30[illegible]

للأجزاء تفسر الكثافة المنتظمة للموضـوع بكاملـه. إن الكثافـة المنتظمـة بأكملها تمثل فى الموضوع مكتملاً ، كما تمثل فى كل جزء فيزيائى مـن مكونات هذا الموضوع .

3- ان مواطنـى الصين منتشـرون فـى نطـاق جمهوريـة الصيـن الشـعبية وينتشـرون فيمـا وراءهـا أيضـاً . وخاصيـة كـون المـرء مواطنـا مـن جمهورية الصين الشعبية ليسـت خاصيـة طارئـة كمـا هـو الحـال عندمـا تحدثنا عن الشكل فى (1) ، كما أنها ليست متخللة مثل الكثافـة منسـجمة التوزيـع فـى (2) ، بـل هـى خاصيـة تتموضـع حيـث يوجـد مواطنـوا جمهورية الصين الشعبية .

ان النحو الثالث لتوزيع الخاصيات هو الأقرب لرؤية "بيجلو" ، وبقـدر ما يبدو التمييز واضحاً بينه وبين النحوين السابقين ، إلا أن "بيجلو" لم يقـدم لنا بينة أو حجة عن الطريقة أو الصورة التى تتموضـع بهـا الخاصيـة فـى مكان محسوس ، كما أنه لم يقدم أيضاً أى دليل أو برهـان علـى أن النزعـة الفيزيائية رهينة بالقول بأن كل الخاصيات من نوع فيزيائى .

أما الوجه الآخـر للكليـات فهـو العلاقـات Relations ، فمـاذا عنهـا؟ وأين توجد ؟ يرى "بيجلـو" أنهـا تنشـأ فـى أى منطقـة مكانيـة تحتـوى علـى أطراف علاقة relata ، كما أنها تتموضع بأكملها - بوصفهـا كليـات- فـى ذلك المكان . وفى المقابل لا يمكن أن تتموضع العلاقات فى منطقة تشـكلت من مجموعة أجزاء دقيقة تنطوى على كل أطراف العلاقة لسببين : أولهمـا أنه قد لاتوجد مثل هذه المنطقة ، وثانيهما أنها قد لاتكون منطقة واحدة متى كان المكان متصلاً . يقول "بيجلو" فى ذلك : "لايمكن أن تنشأ العلاقات فـى منطقة تترابط فيها أسطح دقيقـة تحتـوى كـل أطـراف العلاقـة ، وذلـك لأن

أطراف العلاقة قد لاتتعلق بنفس المنطقة التى تشكل بها المكان"(40).

ويتجلى الاتجاه الفيزيائى لدى "بيجلو" خلال تأكيده على :

1- ان كل العلاقات بين موضوعات فيزيقية هى علاقات فيزيقية .

2- ان كل شئ فيزيقى يتموضع بصورة ما فى مكان فيزيقى ، حتى لو لم يتم تعيين هذا التموضع بصورة دقيقة .

هنا قد تدركنا الحيرة تجاه ما يؤكده "بيجلو" ، فما يذهب إليه فى هاتين النقطتين ينطبق بسهولة على الموضوعات الفيزيقية المحسوسة ، أما أن نخعله على الرياضيات بنفس التعميم ، فهذا أمر يفتقر إلى تفسير من جانب "بيجلو" . ولا يعقل أن يكون فيلسوفا للرياضيات مبرزاً مثل "فريجه" قد خلّص الرياضيات وموضوعاتها من الشوائب الحسية منذ قرن سابق على "بيجلو" ليأتى الأخير ليؤكد واقعية الكيانات الرياضية –نفس موضع اهتمام "فريجه" – ببنيات وشواهد مناقضة لما إرتآه الأول . هل تصبح "الخبرة الحسية" هى معيار التحقق لكل ما لدينا من حقائق الرياضيات وقوانينها، طالما أن الرياضيات هى كليات والأخيرة هى خاصيات وعلاقات ذات طابع فيزيائى ؟ سبق أن قال "جون مل" أحد دعاة المذهب التجريبى بأن "الأعداد ليست مستقلة بذاتها، فجميع الأعداد يجب أن تكون أعدادا لأشياء ، ولا توجد أعداد قائمة بذاتها أو مجردة ، بل يشير كل عدد إلى ظواهر فيزيائية ويحمل خاصية فيزيائية"(41) ومن ثم ذهب إلى أن الرياضيات تبحث فى كيانات واقعية ، وذهب أتباعه إلى أن هذه الكيانات الواقعية

---

(40) Bigelow , The reality of number, PP. 22- 3 , Quoted from: Milne, Op.Cit., P. 309 .

(41) Thiel, Chirstian, Sense and Reference In Frege's Logic, Reidel Pub. Comp. Holland, 1968, P.26.

بمثابة صفات ملموسة لأشياء محسوسة . وكان ذلك مناط الخلاف بينهم وبين "فريجه" . كنا نتوقع أن يكون "بيجلو" أكثر تطوراً فى رؤيته من "مل" أو يدعم وجهة نظره بشواهد أكثر اقناعا وتتجاوز مجرد التسليم بما يراه دون دليل كاف .

وقد يرد قارئ هذا البحث: لتكن تلك هى وجهة نظره فقد يكون تجريبى النزعة مثل "مل" . إلا أن الحقيقة غير ذلك، حيث أن "بيجلو" و "مادى" التى نتحدث عنها لاحقا واقعيان بالمعنى القديم، فالرياضيات فيما يعتقدان تدور حول كيانات رياضية مستقلة عن العقل بالمعنى الذى يطلق عليه مصطلح الأفلاطونية الذى يصف تلك الكيانات بالتجريد والمثالية[42].

إذا عدنا إلى الكليات موضوع الرياضيات الأساسى نجد أن ما يقدمه "بيجلو" بصددها من برهان يعد واهنا ، رغم أنه توجد أسباب جيدة تدعو إلى الاعتقاد بها . يفترض "بيجلو" للكليات دورا فى إضفاء الصدق على القضايا أو العبارات ، ومن ثم يستند إلى ثلاثة افتراضات يدعم بها برهانه عن الكليات[43] :

1- افتراض الشدة robustness : ان الأسباب التى تضفى الصدق على قضية ما هى ذات الأسباب فى كل الحالات المماثلة ممكنة الحدوث .

2- افتراض الأعراض accidents : أنه توجد صفات ذات استقلال منطقى لكل من الخاصيات غير الأساسية للأشياء .

3- افتراض الواحد والكثرة One over many : إن ما يجعل القضية "أ"

---

(42) Milne, Op.cit., P.306.

(43) Bigelow , Op. cit., PP. 128 -157 .from Milne, Op.cit., P. 312.

هو ب" قضية صادقة فى عالمنا هو أن الموضوع الذى نطلق عليه (أ) والصفة التى نخلعها عليه وهى (ب) موجودان بالفعل فى هذا العالم.

وتحليل هذه الشروط من جانبنا يطلعنا على الطابع الاستقرائى الذى يغلفها ؛ فالافتراض الأول أقرب إلى منطوق مبدأ الاستقراء ذلك الأساس الذى يقوم عليه المنهج الاستقرائى ، ويذكرنا الافتراض الثانى بمقولة الجوهر عند "أرسطو" باعتباره حاملا للصفات ، فوجود الصفات تدل على وجود حاملها . أما الافتراض الثالث فأرى فيه صورة لمبدأ المصادرة على المطلوب دون الحاجة إلى برهان ، وكأنه يقول : إن أ ، ب موجودان بالفعل طالما أنهما موضوع حديث . لاغرابة أن يصدر ذلك عن فيلسوف للرياضيات فيزيائى الطابع . إلا أن ما هو غريب فى رأينا أنه لم يستخدم النتيجة التى توصل إليها فى افتراضه الثالث والتى ترى أن ما كان موضوع حديث فلابد أن يكون موجودا ليجعلها تنسحب على بعض الأفكار والكيانات الرياضية التى نقول بها ونعتقد بصحتها لكن لاتوجد لها أمثلة فى الواقع من نوع : الأعداد الصماء مثل $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ ، أو العدد 1000^{1000} وغيرها. وتفسير ذلك عندنا أنه أراد أن يعتقد بوجود وواقعية الكليات –مع أوليتها بالمعنى الأفلاطونى– فراح يبحث عن شواهد فيزيائية لاضفاء هذه الواقعية . ولم يدرك أن ذلك يوقعه فى دور استقرائى عندما يسند الكليات إلى شواهد الواقع المحسوس ثم يرد الواقع إلى تلك الكليات ثانية . وأرى من جانبى أن الفلاسفة الذين استندوا إلى عالم مفارق ميتافيزيقى الطابع كانوا أكثر توفيقاً . قد يكون هذا الرأى صحيحاً بالفعل ، أو ليكن معبراً عن الاتجاه الذى أميل إليه على الأقل .

ثانياً : بنلوب مادى : Penelope Maddy

تنادى "بنلوب مادى" بنوع من الواقعية الوسطية ، وسطية بين الحدس الأفلاطونى لدى "جودل" من جهة وواقعية كواين / بتنام من جهة مقابلة. انها ترى أن الرياضيات ضرورية وأساسية للعلم . ومن ثم فان كيانات الرياضيات تعد موجودة ، وأن مبرهنات الرياضيات لها الوجود نفسه سواء كانت صادقة أم كاذبة[44] .

ان محاولة رصد اختلاف آراء "مادى" عن آراء "جودل" تشير إلى رغبة "مادى" فى تطوير أرائه فأحلت الادراك الحسى Perception للمجموعات محل الحدس حتى تواجه معضلة "بيناسيراف" فى التفاعل العلّى. ففى الوقت الذى استند فيه "جودل" إلى نوع من الاستعداد الباطن يتسنى له بموجبه إدراك الموضوعات المجردة فى صورة حدس مباشر، فان "مادى" تقول بادراك حسى مباشر لمجموعات محددة ، والمجموعات الصغيرة من بينها بصفة خاصة . وتهدف من وراء ذلك إلى بيان أن التناول العلىّ أو أى طرح معرفى آخر لايقيم عوائق منيعة أو ينطوى على صعوبات أمام أفلاطونية "جودل"[45] .

وتعول "مادى" كثيراً على الإدراك الحسى، وتجد أن أكثر نوافذه أهمية الاحساس البصرى ، لذلك تفصل القول فى بيان فسيولوجيا الجهاز العصبى ، والمسالك العصبية الخاصة بالابصار ، وتشرح تطور القدرة على تمييز الموضوعات عما يعلق بها من خلفيات ، وتمايز القدرة على ملاحظة الصور وادراكها . وتعكس "مادى" بهذا الاهتمام الاتجاه الفيزيقى

---

(44) Milne, "The Physicalization of Mathematics, P.313.

(45) Hale, B., Abstract Objects, P. 80 .

الذى تتحمس له ، والذى تجعله مدخلا يتسم فى رأيها بـالوضـوح والبسـاطة لادراك بديهيات نظرية المجموعة . وهنا تعلن أنها حققت نجاحا فيمـا فشـل فيه "كواين" و "بنتام" عندما كان يتحدثـان طويـلا عـن فـائدة هـذه البديهيـات ومن ثم صدقها دون أن يعتدا بوضوحها .

أما موضوع هذا الإدراك الحسى فهـو المجموعـة Set ، والمجموعـة التى تقصدها "مادى" هى التى يكون أعضاؤها بمثابة أشـياء فيزيقيـة . إنهـا مجموعة تتموضع بذاتها تموضعا زمكانيا ؛ إنهـا توجـد وتحـل حيـث يوجـد عناصرها . ومعنى ذلك أن "مادى" ترى أن المجموعة تحل فى إطار يشمل جملة مواقع أعضائها ، وهذا رأى يتفق مع ما يذهب إليه "بيجلو" كما يعنـى حديثها أننا ندرك المجموعات غيـر الخالصـة والمحـدودة finite impure sets فقط .

ويوجد فى مقابل ذلـك المجموعـة الخالصـة pure set التـى لاسـبيل لادراكها فى رأى "مادى" ؛ لأن مجموعة بلا أعضاء لاتتموضع فى مكـان. إن تلك المجموعة ذات الطابع النظرى والمألوفة لدى أعلام مثل : فرينكـل، جودل، فون نيومان ومن ذهب مذهبهم ليس لها ثمة وجود . وتدافع "مـادى" عن وجهة نظرها فتقول :

"إن القصـور الشائن للمذهب الحدسى يتمثل فى أنه يختزل الرياضيـات ذاتهـا . إن الفـرض الـذى أسـتند إليـه هـو أن علـى الفيلسـوف أن يثمـن الرياضيـات حـال تطبيقهـا وممارسـتها ، وليـس عليـه مجـرد إصــلاح موضوعاتها أو إعادة تشكيلها بأكملها مستندا فى ذلك إلى أسس فلسفية"(46).

---

(46) Maddy , B., Realism in Mathematics. Oxford, Clarendon Press. 1990, P. 23 .

إن النظر فيما تنطوى عليه عبارة "مادى" من رؤية جامحة فى التحمس لموقف دون آخر ، يكشف عن رغبتها فى أن تنكر التسليم بوجود المجموعات الخالصة ، وكذلك إنكار قدرتنا على الاستدلال الاستنباطى بالاضافة إلى التأمل الفلسفى . تنكر علينا ذلك فى مقابل تسويغ الادراك الحسى وسيلة للتسليم بما كان فيزيقيا فقط . والحقيقة كما يراها أغلب فلاسفة الرياضيات هى أن المجموعات الخالصة بما فيها المجموعات الفارغة بالاضافة إلى الكليات وحقائق الرياضيات تتراوح أهميتها لديهم ما بين أنها خيال مفيد إلى أنها ضرورية لقيام الاستنباط ، وأن انكارها يؤدى إلى خلل واسع المدى فى بناء معرفتنا ذات الطابع الاستدلالى . ولندلل على رأينا برأى أحد المدافعين عن مجمل آراء "مادى" وان كان لايتفق معها فى القول بانكار وجود المجموعات الخالصة . إنه "دونالد جيلز"[47] ، الذى يذهب إلى أن للرياضيات جانبين : جانب فيزيائى يستعمله العلم حيث يطبقه العلماء بطريقة مباشرة مثل التصورات الرياضية التى تتضح معالمها فى النظريات العلمية جيدة التكوين ، أو قد يطبق نفس الجانب بطريقة غير مباشرة عندما يتعلق الأمر بكيانات رياضية أكثر تعقيداً ، فنستدل ساعتها شواهد وبينات بطريقة غير مباشرة انطلاقاً من المصادرة على هذه الكيانات، ونلجأ فى هذه الحالة لاستخدام نظرية المطابقة فى الصدق والمنطق ثنائى القيم فى الرياضيات دون أن نصادر على وجود عالم أفلاطونى متعالى . هذا هو الجانب الأول والذى يتفق فيه "جيلز" مع "مادى" وخاصة فى الشق الأول منه . أما الجانب الثانى فهو الجانب الميتافيزيقى فى الرياضيات مثل نظرية المجموعة اللامتناهية ن1 ، ن2 ، ن3 ... نx نتفق جميعاً على أن اللامتناهيات لاوجود لها فى العالم الفيزيائى ولايمكن

(47) Gillies, D., "Constructibility and Mathematical Existence Op.cit., PP. 275- 6 .

أن نتفاعل معها بصورة علية ، لكن لايعنى ذلك إنكار وجودها . ينسحب نفس الحديث على بديهية الاختيار Axiom Choice وفرض الاتصال Continuum Hypothesis ، فكلها كيانات رياضيات نفترض وجودها ونستدل فى إطارها نتائج صحيحة حتى الآن رغم أنها ميتافيزيقية الطابع. وكم من النظريات الميتافيزيقية أفادت التقدم العلمى والمعرفة العلمية. ويختتم "جيلز" تعليقه على موقف مادى قائلا : "قد تقدم لنا الفيزياء فى المستقبل ما يجعلنا نقدم على استعمال نظرية اللامتناهيات ، وقد تقدم لنا الفيزياء مع تطورها سياقاً تجد فيه مشكلة الاتصال حلاً لها"[48].

أما كيف تشير "مادى" إلى المجموعات ، فإن ذلك يتم بصورة ماصدقية فى إطار أعضائها ، وتلك هى الفكرة الرياضية عن المجموع Collection ، ومن أمثلة ذلك "ثلاث بيضات فى صندوق" ، "بيضة واحدة فى صندوق" .. الخ ، تشكل الأولى مجموعة من ثلاثة أعضاء ، وتعد الثانية مجموعة ذات عضو وحيد(*) وهكذا ، والفيصل هو أن ما يراه الطاهى ساعة حاجته للبيض ، أو ماتراه بالأحرى "مادى" هو أن ما يشغل حيزا زمانياً ومكانياً يعد موجوداً أما "بعض المجموعات من نوع المجموعة الفارغة أو مجموعة الأعداد الحقيقة على سبيل المثال فلا يمكن أن يسند إليها موضع"[49] .

وفى مقابل هذه الصورة الماصدقية تتحدد الفئات Classes بصورة

---

(48) Ibid ., P. 276.

(*) انظر فى تفصيل ذلك ما جاء بالفصل الخامس متعلقا بموقف "شيهارا" النقدى من أراء "مادى" ، وما تنطوى عليه من تسويغ لوجود المجموعات وجودا فيزيائيا.

(49) Maddy, P., "Perception and Mathematical Intuition" Philosophical Review, 89, 1980, PP. 178- 9 .

مفهومية فى إطار الخاصيات وتلك هى الفكرة المنطقية عن المجموع. وتذهب "مادى" إلى أننا ظللنا حتى السنوات الأولى من القرن العشرين لاندرك التمييز بين هذين الأمرين بوضوح . وتفكر "مادى" باللغة الماصدقية، فنحن نرى أعضاء المجموعات ، ومن ثم نرى المجموعات طالما أنه لاتوجد حجة قوية فى رأيها للتدليل على أنها مجردة . أما أن نرى المجموعات فى ذاتها فهذا أمر ينطوى على استحالة وتناقض . إن التفكير بلغة المجموعات هو ما نتعلمه ، وهذا أمر سبق أن توصل إليه "كانتور" و "ديدكند" و "رسل" وغيرهم من فلاسفة الرياضيات أصحاب التصور العلمى عن نظرية المجموعات .

وتذهب "مادى" بصدد تأكيد وجهة نظرها إلى أن المجموعة موجودة حيث توجد شواهدها فى الواقع المحسوس ، إلا أنها غير مستمدة من هذه الشواهد ، وتضيف "أنه ساعة أن نكتسب فكرة عن مجموعة فسيبدو واضحاً حقا أن أى موضوعين قد ينخرطان فى تشكيل مجموعة"[(50)].

أما كيف نكتسب الفكرة ، وكيف تنشأ معرفتنا بالرياضيات فى ضوء واقعية "مادى" ، فالأمر يجرى على هذا النحو[(51)]:

1- سلسلة من الأحداث تصور تجربة تتم للمرة الأولى .

2- نموذج لسلسلة عليّة إشارية .

3- قيام تواصل بين 1 ، 2 تعبر عنه المجموعة .

والحقيقة التى تفرض ذاتها ومستقاة من تاريخ الفلسفة هى أن رؤية "مادى" هنا تعد إنعكاساً لنظرية المعرفة عند "كانط" ؛ وكأنى أطابق بين

---

(50) Maddy, P., Realism in Mathematics, P.70 .

(51) Hale, B. Abstract Objects, P.80 .

النقطـة الأولـى لديهـا بالانطباعـات الحسـية أو كمـا يسـميها كـانط الحـدوس الحسية التى تأتى متباعدة ومشتتة ، فتدخل عليها المقولات التى تعمل علـى توحيد تلك الحدوس ومـن ثـم تضفـى عليهـا معنـى ومعقوليـة . وتتسـم هـذه المقولات –وتماثلها لدى مادى النقطـة الثانيـة – "بضـرورة معرفيـة بمعنـى أننا إذا رفضناها يستحيل الحصول على إدراك حسى ومعرفة"(52).

وهـذا التحفـظ المنهجـى والمعرفـى الـذى نبديـه تجـاه طـرح "مـادى" ودعواها بقيام معرفة مباشرة بالمجموعـات ممثلـة فـى العينـات المحسوسـة لها، ترد عليه "مادى" بأنـه ليس ثمـة صعوبـة منهجيـة أو مشـكلة معرفيـة. وبيان ذلك عندها أنه إذا كانت عينات أى نوع (مجموعة Set) تبدو مبعـثرة ومتفرقة ، فان كلمة (مجموعة) تصـاغ علـى نحـو يشـير إلـى نـوع تنطـوى تحته هذه العينات، وينبغى أن توجد هذه العينات الأولية لأى مجموعة بـأحد سبيلين : إما بالوصف description أو بطريقـة ظاهريـة ostensively . إنها تقول ببساطة أن الكليات موجودة ، ودليـل وجودهـا تلـك العينـات التـى تمثلها فى الواقع المحسوس . انه فى اللحظة التى تتحدث فيهـا عـن كيانـات رياضية (مجموعة عدد بعينه) تواجهنا فى الوقت عينه عينات بأفراد تقابلهـا (ثلاث بيضات) ، (مائة تفاحة) ، (ألف رجل) لنفترض –على سبيل المثال– أن إنسـاناً يمـر بخبرة لأول مـرة ، فإنـه يقـول فـى وصـف المجموعـة : "المجموعة هى نوع مما تعد (مجموعة) يداى مثالا أو عينه عليه"(53)

(52) انظر : محمود زيدان : نظرية المعرفة ، ص 42 ، ص 43 .

(53) Maddy, P., "Perception and Mathematical Intuition" PP. 166- 7 .

الفصل الخامس

تفنيد واقعية الكيانات الرياضية

الفصل الخامس

تفنيد واقعية الكيانات الرياضية

مقدمة :

انطوت الفصول السابقة على فكرة أساسية هى واقعية كيانات الرياضيات ، ورَدَّ بعض الفلاسفة القول بواقعيتها إلى أن ما تتمتع به المعرفة الرياضية من استقلال وموضوعية يجعل منها معرفة عقلية خالصة لاتستند إلى المعرفة الحسية . وانصرف أغلب القائلين بالواقعية إلى الإشارة إلى عالم للأفكار مفارق يتعالى على الواقع المتغير ، له صبغة أفلاطونية يضمن لمن يقطنه - مستقلا عن عقل الإنسان وتجربته من تصورات وماهيات وكيانات رياضية وأفكار - الثبات والموضوعية . كما أن معنى آخر للواقعية نشأ عند القائلين بواقعية قيم الصدق ، تلك القيم التى تتسم بالموضوعية والاستقلال عن اللغة وعن عقول علماء الرياضيات أنفسهم ، وعند القائلين بتجسد المجموعات .

ظهر اتجاه مناهض للواقعية بالمعنى السابق إرتسمت معالمه فى تساؤل وضعه "بيناسيراف"[1] ، سبق أن طرحناه فى التقديم لهذا البحث :

" كيف يتسنى لكائنات مثلنا تشغل حيزاً زمكانيا أن يتوفر لها سبل الاتصال بما لايشغل حيزا زمكانياً ؟! ".

---

(1) Benaceraf, P. "Mathematical Truth". Journal of Philosophy, 60, (1973) P. 66.

وأثار هذا التساؤل مشكلة قيام معرفة إنسانية بعالم للكيانات الرياضية لا تربطنا به علاقة عليّة أو علاقة زمكانية . وتبنى أصحاب الاتجاه المناهض لواقعية أو وجود هذه الكيانات الصعوبة المعرفية التى تنطوى عليها هذه المشكلة ، وانتهوا إلى إنكار وجود واقع للكيانات الرياضية. نمثل لأصحاب هذا الاتجاه باثنين هما : "فيلد" و "شيهارا" .

أولاً : هارترى فيلد[*] "Hartry Field"

استعرت المواجهة بين القائلين بواقعية كيانات الرياضيات والمناهضين للقول بواقعيتها فى عقد الثمانينات من القرن العشرين وما تلاه من عقود . وشهدت أدبيات فلسفة الرياضيات جدلاً ونقاشاً إتسع مداها بشكل واضح بين أطراف الموضوع . وتبنّى "فيلد" اتجاها اسمانيا nominalism ينشد ويسعى لاعادة تأويل قضايا الرياضيات بصورة لاتشير فيها الحدود والأسوار إلى كيانات مجردة من أعداد ودالآت وغيرها، بل تشير إلى كيانات من نوع آخر مثل الموضوعات الفيزيائية والكيانات اللغوية أو التركيبات الذهنية . ويرى "فيلد" أن قضايا الرياضيات سواء كانت حقائق أصيلة وضرورية أو أكاذيب ، فإنها لاتدين فى قيم صدقها فى الحالين إلى أوضاع رياضية بعينها تنطوى على التسليم بوجود

(*) يعد "فيلد" أحد كبار المناهضين للقول بواقعية كيانات الرياضيات ، ويشغل حالياً درجة أستاذ بمركز الدراسات العليا بجامعة "سيتى" فى نيويورك ومن أهم مؤلفاته التى كشف فيها عن اتجاهه :

- Science Without Numbers, Blockwell, 1980 .
- "Is Mathematical Knowledge just Logical Knowledge ?" Philosophical Review 93. 1984 .
- "On Conservatives and Incompleteness", Journal of Philosophy 83. 1985.
- Realism, Mathematics, and Modality , Clarendon Press. Oxford 1989.

كيانات رياضية متمايزة . يقول "فيلد" :

" لا أميل إلى إعادة تـأويل أى جـانب مـن الرياضيـات .. علـى نحو يشير إلى كيانات مجردة – وينسـحب هـذا الميـل إلـى كـل الرياضيات المصطلح عليها – حيث أسلم باتجاه تخيلى لا أجـد سبباً بموجبه يدعو إلى اعتبار أى جانب من الرياضيات ينطوى على صدق"[2] .

يتجـه "فيلـد" إذن نحـو تجنـب اضفـاء أى طـرح أنطولوجـى لكيانـات الرياضيات ، ويهدف من وراء ذلك إلـى بيـان أنـه يمكـن قيام العلـم بـدون الرياضيات . وطالما أن الرياضيات غـير ضروريـة مـن حيـث المبـدأ فإنـه يمكن النظر إلى ما تقرره من تأكيدات assertions على أنها مجرد قضايـا عن كيانات خيالية مثل تلك التى نقرأ عنها فـى الروايـات تمامـاً . وان بقـى للرياضيات من دور فإنه يتوقف – فى نظر فيلد– عند إقامة استدلالات مـن مقدمات فيزيائية إلى نتائج فيزيائية ، يتحقق عندها للرياضيات مهمة الحفاظ على العلم[3] .

نعرض الآن لموقف "فيلد" بالتفصيل خلال النقاط التالية :

أ– تخيلية "فيلد" :

"فيلد" باحث تخيلـى fictionalist يحـاول أن يفـرغ فـى قـالب روائـى تاريخ العلم بصفة عامة وتاريخ الرياضيات على وجه الخصوص ، وينتهى من النظر فيما تقـرره الرياضيـات مـن قضايـا أنهـا كاذبـة باختصـار ، وأن

(2) Field , H., Science Without Numbers, PP. 1-2 .

(3) Shapiro, S., "Modality and Ontology" , Mind, Vol. 102- 407, Oxford University Press, 1993 .

تقريرات الرياضيات تعد صادقة فقط متى ورد الحديث عن هذا الصدق في سرد تاريخ الرياضيات أو رواية قصتها .

وتستند نزعة "فيلد" التخيلية إلى أساسين هما :

1- اعتقاده بأن التعويل على الكيانات الرياضية لايوفر درجة اقتناع كافية لقبول تقريرات الرياضيات ، فلا يكفي في نظره تصور وجود هذه الكيانات في عالم مفارق حتى نسند إليها صحة ما لدينا من تقريرات. ويدلل على صحة اعتقاده بحجتين : الأولى أنه لو اعتبرنا نظرية المجموعة set theory هي أساس للرياضيات فسوف يكون هناك نوع من التعسف في الطريقة التي ننقل بها النظرية الرياضية إلى لغة نظرية المجموعة ، يقول في ذلك : "... ان لدينا رواية طيبة عن الأعداد الطبيعية ، وثمة رواية طيبة أخرى عن المجموعات ، لكنه ليس هناك أهمية على الاطلاق لأن يطابق أحدنا أو يوحد بين الأعداد والمجموعات في هاتين الروايتين ، كما أنه ليس مهما بالمرة نوع المجموعات التي يوحد بينها المرء إن كان يود أن يقيم توحيداً ما"[4]. يود "فيلد" أن يقول لنتخيل ما شئنا الصورة التي نشأت بها العلوم وتطورت ، لكن على أن يظل هذا التخيل حبيس رواية أو قصة كل علم، دون أن يكفل لنا ذلك أن نضفي ضرورة تصورية أو سمة قبلية على علم بعينه يصبح بموجبها أكثر أولية وصدقاً من غيره من العلوم. أما الحجة الثانية فترتبط بما قاله " بيناسيراف" وأشرنا إليه في مدخل هذا الفصل : كيف يتسنى لنا أن نقيم معرفة بواقع للكيانات الرياضية لا تربطنا به علاقة عليّة أو علاقة زمكانية . ويعيد "فيلد" عرض المشكلة بأسلوبه : "كيف يمكن لآلية تفسيرية أن تعمل على الربط بين معرفتنا

(4) Field, H., Realism, Mathematics and Modality, P.22.

بحقيقة رياضية من جهة والكيانات الرياضية من جهة ؟! إن محاولة البحث عن إجابة شافية تنتهى بنا إلى أن ننكر وجود واقع مفارق للكيانات الرياضية"[5].

2- الأساس الثانى لنزعة "فيلد" التخيلية هو قول سائر بين أغلب الدارسين فحواه أن قابلية الرياضيات للتطبيق على العالم الفيزيائى يعد سبباً رئيسياً للتسليم بصدق الرياضيات . وهنا يضفى هؤلاء الصدق على الرياضيات بناء على ما تحققه من نفع وليس بما تنطوى عليه من أسباب وشروط ذاتية لهذا الصدق . يتحفظ "فيلد" على هذا الاتجاه ويرى: "أنه اذا كان البرهان الحقيقى الوحيد للاعتقاد بأن الرياضيات صادقة يستند إلى ما تحققه من فائدة فى نطاق يقع خارج نطاق الرياضيات ذاتها؛ فإن هذا البرهان يعد تعميماً واهناً"[6]. يذهب "فيلد" اذن إلى أن الرياضيات غير صادقة بالضرورة ، ومن ثم فلا مجال لنسبة صدق أولى بها استناداً إلى صدق متوقع عند التطبيق .

وهنا نتساءل : هل ينكر "فيلد" مساواة أو تكافؤ صدق الرياضيات فى ذاتها بصدقها عند التطبيق ، لأن الرياضيات لاتنطبق على العالم الفيزيائى الحادث بل تنطبق على الموضوعات المجردة لفكرنا ؟ إن إثارة سؤال على هذا النحو يردنا مباشرة إلى اعتقاد "فريجه" بطبيعة صدق الرياضيات[7]، وفى ظنى أنه لايمكن أن نجمع بين "فريجه" و "فيلد" فى سياق واحد، فالأول يعتقد بعالم للأفكار والمعانى والكليات ، والثانى مفكر إسمى يناهض

---

(5) Ibid., P. 25.

(6) Ibid., P. 242.

(7) راجع محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية، 1991 ، ص 95 وما بعدها .

اتجاه الأول . إن أسلوب "فريجه" فى التفكير ينتهى إلى أن الرياضيات الخالصة (الحساب بالذات) سابقة على أى تطبيق للرياضيات ، وأن التأكد من صدق الرياضيات بالاعتماد على تطبيقاتها هو اتجاه خاطئ بالضرورة[8]. قد ينتهى "فيلد" إلى نفس النتيجة التى تحتويها الجملة الأخيرة لكن ينبغى أن نلاحظ أن دوافعه تختلف تماماً عن دوافع "فريجه" ، فبينما كان "فريجه" معنياً بإثبات صدق أولى للرياضيات ، كان "فيلد" يسعى لانكار هذا الصدق . بل يذهب – أبعد من ذلك– إلى أنه فى حالة نجاح تطبيق النظريات الرياضية على العلم فليس لنا أن نعتبر هذه النظريات مجموعة من القضايا الصادقة . إن ما يهدف إليه هو بيان أنه ليس ثمة حاجة للقول بصدق الرياضيات حتى تصبح قابلة للتطبيق بل يمكننا أن نستخدمها كوسائل للاستنباط دون افتراض صدقها[9] .

ب– دور الرياضيات :

هل يؤدى بنا إنكار وجود كيانات الرياضيات وعدم التسليم بصدقها الأوّلى إلى النيل من مكانة الرياضيات ذاتها ؟ وهل يبقى لها دور ؟

نوجه هذه الأسئلة إلى "فيلد" ، ولنبحث لها عن إجابة يحدد خلالها موقفه من أوليّة وضرورة الرياضيات . يشير "فيلد" فى صدر إحدى مقالاته إلى زعم أصحاب الاتجاه الأفلاطونى بأن كيانات الرياضيات ذات وجود ينطوى على ضرورة متجردة ، كما يشير إلى أن هناك من يعارض وجود هذه الكيانات ويرى استحالة تجردها ، ثم يقول : "أرى من جانبى واستناداً إلى تفسيرات فى غاية الوضوح أن "ضرورة الفكر المجرد"

---

(8) Powell , A. "Possibility and Reality in Mathematics" Brit. J. Philosophy of Science, 43, 1992, P. 246 .

(9) Hale, B. Abstract Objects, P. 106 .

و "إمكانيـة الفكـر المجـرد" Conceptually necessary Conceptually Possible عبارة عن أراء كاذبة ، أما الصواب فهو أن الكيانات الرياضيـة إن وجدت تنطوى على حدوث من الناحية التصورية "Contingent" (10) وهـذا يعنـى أن النقـاش بيـن المذهـب الأفلاطونـى والمذهـب الاسمى حـول وجـود الكيانـات الرياضيـة ينبغـى ألا يستند بصـورة مباشـرة علـى أسـس تصورية مجردة –نؤيدها أو نفندها – بل يتطلب فى نظر "فيلد" الاستناد إلى أساس آخر يقترحه هو مهمة الرياضيات ودورها .

يتجنب "فيلد" أى محاولة لاضفاء أى طرح أنطولوجـى لتلـك الكيانـات إذن، ويهدف من وراء ذلـك إلـى بيـان أن فـى مقـدور العلـم أن يعمـل دون رياضيات من هذا النوع الـذى يتسم بـالضرورة والصـدق التـام . أمـا دور الرياضيات كما يراه فيتمثل فى اقامة استدلالات مـن مقدمـات فيزيائيـة إلـى نتائج فيزيائية، فيما يمكن أن يطلـق عليـه براهيـن إسـمانية nominalistic arguments ، وهنا تقوم الرياضيات بالحفاظ على العلم حيـن توفـر شـكلا واطاراً للاستدلال . ويشير "فيلد" إلى أن كل حجة إسـمية تشـتق بعـون مـن قضـايا رياضية مباشرة هى حجة سليمة من الناحية المنطقية ، ومن ثم فـإن دور الرياضيات فى علم ماهو تيسير وبيان منطق هذا العلم .

ويميز "فيلد" بهذا الصدد بين نوعين من النظريات الرياضية : نظريـة رياضية خالصة (لاتحتوى أى متغيرات فيزيائية) ونظرية رياضية مختلطـة (نظرية رياضية بمدخل فيزيائى) ، ويردف ذلك التمييز بأنه رغم أن النـوع الأول يتصف بالاتساق والتماسك Consistency أكثر من النوع الثانى إلى حد ما ، إلا أن ما يهم "فيلد" فى الحـالين أن تقوم النظريـة الرياضيـة بـدور

---

(10) Field, H. "The Conceptual Contingency of Mathematical Objects, Mind, Vol. 102 . 406 April 1993 , P.285.

الحفاظ Conservativeness على العلم مهما كان نوعها .

إن مدى اتساق وتماسك النظرية الرياضية المختلطة ليس كافياً لاثبات صدقها عند تطبيقها على العالم ؛ بل إن الشرط الكافى -فى رأى "فيلد"- "لتطبيق نظرية رياضية مختلطة ولتكن (M) على العالم هو أن تكون محافظة ، بحيث لو أن (T) نظرية غير رياضية لكنها متسقة فان (M+ T) تصبح نظرية متسقة "(11) . معنى ذلك أن الاتساق رغم ضرورته إلا أنه لايعد شرطا كافياً لقابلية تطبيق نظرية حيث أنه يمكن أن يكون لدينا نظرية مختلطة قائمة إلا أنها ليست متسقة مع النظريات الفيزيائية الجارية. أما النظرية الرياضية الخالصة فإن ما تتصف به من إتساق يلزم عنه المحافظة.

إن النزعة المحافظة هى ما يميز الرياضيات عن العلوم الطبيعية فى رأى "فيلد"، وذلك لأن النظرية العلمية تتسم بالجسارة وروح المبادرة، ومن ثم ينبغى ألا تكون محافظة عند التبنؤ بأكثر مما يمكن اشتقاقه -أو الاستدلال عليه -مما توفره وسائل وأدوات الرصد والملاحظة وحدها. يقول فى ذلك: ".. ينبغى ألا يكون العلم محافظاً إن شئنا أن يكون علما جيداً، بينما يجب أن تكون الرياضيات محافظة (متحفظة) لكى تصبح جيدة"(12).

يتضح دور الرياضيات وفائدتها بوصفها عونا لعملية الاستنباط التى ترتبط بسمة المحافظة وخاصية الاتساق . ويلاحظ أن "فيلد" معنى بالاستنباط فى إطاره النظرى البرهانى أى المنطقى وليس فى إطاره السمانطيقى الخاص بالمعانى . إن ما يهم "فيلد" هو القوة الاستنباطية

---

(11) Field, H. Realism, Mathematics .., P.96 .

(12) Ibid. P. 61 .

للنظرية الرياضية، ولايبدى رغبة فى بيان أن النظريات الرياضية متسقة من حيث المعنى حتى يكشف عن فائدتها .

ولما كان "فيلد" يبحث عن نوع من المحافظة يتمثل فى نظرية رياضية جيدة تنطوى على بعد تطبيقى بصفة أساسية ، فإنه ليس مهما فى نظر "فيلد" لو احتوت نظرية رياضية على نتائج سمانطيقية كاذبة مشتقة من مقدمات صادقة، طالما أن المقدمات والنتائج مقررة فى صورة اسمية nominalistic ، على أساس أننا لانستطيع أن نقيم عملية اشتقاق تعكس أو تصور بدقة هذه العلاقة(13) .

ونلاحظ أن "فيلد" قد أنكر الصدق والأولية عن الرياضيات ، وأبقى الهيكل الاستنباطى المنطقى خالياً من المعانى التى تتعلق بالضرورة والوجود والصدق ، ولم يجد حرجاً فى استخدام هذا الإطار الاستنباطى بالصورة التى يرتضيها حتى لو أدى إلى نتائج كاذبة من حيث المعنى اشتقاقاً من مقدمات صادقة . وكأنه يود الوصول إلى نتيجة فحواها : ".. رغم فائدة الرياضيات وضرورتها من الناحية العملية ، إلا أنها غير ضرورية من الناحية النظرية "(14). ونذلل على دقة العبارة الأخيرة فى تصوير ما يعتقد به "فيلد" بذلك البرهان الذى يقدمه ويصلح فى نظرنا فى أكثر من سياق مثل : مناهضة الأفلاطونية – حدوث أفكار الرياضيات– النزعة الأسمية ، ويجرى على النحو التالى :

- لنا أن نعتبر القضايا (A) بمثابة حقائق أصيلة متى كانت ضرورية لتفسير أو تبرير حكمنا بصدق القضايا (B) .

---

(13) Hale , B., Abstract Objects, P.113.

(14) Shapiro, S., Op.Cit., P.459.

- فى مقدورنـا أن نفسـر أو نـبرر التسليم بصـدق القضايـا (B) دون افتراض صدق القضايا (A) .

- لا يخول لنا إذن أن نعتبر القضايا (A) قضايا صادقة .

يحـاول أن ينفـى "فيلـد" فـى هذا البرهـان أى ضـرورة تنطـوى عليهـا قضايا الرياضيات (A) وأن هـذه الضـرورة ترتفـع بمجـرد تفسير أو حتـى تبرير قضايا الفيزياء (B) دون استناد للرياضيات فـى ذاتهـا . إلا أن هنـاك تعليقا لـ "بوب هيل" - وهو من نقـاد فيلـد- علـى مشـروعية هـذا البرهـان، حيث يقـول ونؤيـده فـى ذلـك : "مالشـروط التـى تجعـل مثـل هـذا البرهـان مشروعاً ؟! لنفترض على سبيل المثـال أن فـى مقدورنـا أن نفسـر أو نـبرر كل القضايا التى نسلم بها كحقائق موضوعها سلوكنا الظاهر دون أن نسـتند فى ذلك مباشرة إلى قضايا خاصة بالحياة العقليـة بوصفهـا قضايـا صادقـة؛ هل لنا أن نستنتج أن قضايا النوع الأخير ليست صادقة على الاطلاق ؟ من النـادر أن نفعـل ذلـك ، ولاشـك أن المثـال والبرهـان ينطويـان علـى إشكالية"[15].

ونعود لبيان طبيعة العلاقة بين الرياضيات والفيزياء ، والتعبـير عنهـا فى شكل دالة منطقية . لنفترض أن :

ق متغير يشير إلى مجموعة تقريرات إسمية فيزيائية.

ل متغير يشير إلى مجموعة تقريرات إسمية مفردة.

م متغير يشير إلى مجموعة تقريرات رياضية .

فإذا أردنا أن نعبر عن رؤية "فيلـد" بـأن الرياضيـات حافظـة للفيزيـاء بصـورة استنباطية قلنـا: أنـه متـى استنباط ل مـن (ق + م) ؛ فإنــه يمكـن

(15) Hale, B., Op.Cit., P. 105.

استنباط ل من ق وحدها . ويمكن صياغة ذلك فى صورة دالة منطقية :

[(ق V م) ⊃ ل] ⊃ (ق ⊃ ل)

وهذه صيغة دالة منطقية تحليلية[16] . وكأن "فيلد" أراد أن يسوّغ لنفسه ما سبق أن قاله فى برهانه السابق أن ما تقرره القضايا الأسمية لعلم من العلوم بالاضافة إلى الرياضيات من نتائج يمكن أن تقرره وحدها دون الرياضيات – الرياضيات عون ووسيلة أكثر منها أساس ضرورى ننطلق منه فى بناء معارفنا ، هذا ما ينتهى إليه "فيلد" .

جـ- المعرفة الرياضية معرفة منطقية :

كتب "فيلد" مقالاً حول هذا الموضوع[17] فى عام 1984 ، وأعاد نشره ضمن كتابه المذهب الواقعى والرياضيات ومنطق الجهة عام 1989. وتكمن أهمية هذا المقال فى أن "فيلد" رد بالايجاب على عنوانه السؤال: "هل تعد المعرفة الرياضية معرفة منطقية؟" ، حيث يذهب إلى أن ادراكنا للرياضيات يستند إلى حقائق تتعلق بالجهة بمعناها المنطقى وليس بالمعنى الرياضى ، فالأخير لا وجود له عند "فيلد" ، ومن ثم فالمعرفة الرياضية لها طبيعة منطقية . فكيف كان ذلك ؟ [18]

وضع "فيلد" خطة تعكس طريقة تفكيره ونزعته الاسمية فى مواجهة الكليات، فكان يتخلى عن كل رأى أو مذهب يؤدى به إلى التسليم بوجود الكيانات الرياضية أو بصدقها الأولّى ، ويرحب ويؤيد كل الشواهد التى

---

(16) راجع : محمد محمد قاسم : نظريات المنطق الرمزى ، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية 1991 ، دالة رقم 45 ص : 113 .

(17) Field, H., "Is Mathematical Knowledge just Logical Knowledge ? Philosophical Review, 93, 1984 .

(18) Powell, A., "Possibility and Reality in Mathematics, P.251 .

تشير إلى الإمكان والحدوث فى عالمى الفيزياء والرياضيات ، وتشير إلى الجهة فى عالم المنطق . وبيان ذلك أن خطته تلك كانت تتمثل فى أن يفصل بين رأيه الخاص وبين النزعة المنطقية Logicism [تلك التى تقول بأنه يمكن رد الرياضيات إلى المنطق من ناحيتى المعنى والوجود] كما يفصل بين رأيه الخاص والنزعة الاستنباطية deductivism [وتقول بأن الرياضيات هى معرفة : ماذا ينتج عن ماذا] .

يرفض "فيلد" النزعة المنطقية تلك التى تضرب بجذورها حتى "أرسطو" واضع المنطق الذى كان يعنى فى كتبه المنطقية -ومنها المقولات والعبارة- بإثبات تسلسل الأجناس والأنواع كأساس يقوم عليه الاستنباط القياسى ، ويسمح هذا التسلسل بتفسير العالم ككل متناسق ومعقول بالانتقال من الوحدة إلى الكثرة ، كما يعكس فى الوقت نفسه "نظرة أرسطو" البيولوجية للعالم حين جعل المنطق "أساساً للميتافيزيقا المدرسية جملة التى تبين أن العالم نسق مترابط معقول ترد فيه الكثرة إلى وحدة أعلى فأعلى حتى يصل إلى فكرة الوجود"(19). يرى "فيلد" أن المنطق لا يقدم أنطولوجيا، إنه نوع من التمارين الذهنية التى تؤدى إلى نتائج متعاقبة ، لكنه لايمكن أن يسبغ وجودا قط . إن النزعة المنطقية لاتؤدى إلى وجود كما أنها لاتساوى بين المنطق والوجود .

أما النزعة الاستنباطية فإن الأمر قد يختلف بالنسبة لها، حيث الاستنباط قد يقيم تكافؤا أو تساويا بين المعرفة الرياضية والمعرفة المنطقية. ومن ثم يرفض "فيلد" أن تنطوى المعرفة الرياضية على معرفة باتساق نظريات غير استنباطية فى الطبيعة .

---

(19) محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، دار النهضة العربية ، بيروت، 1984 ، ص 70 .

لكن إذا كان الاتساق يرتبط بالاستنباط كمعايير معرفية عامة، فهل تنطوى عليهما الرياضيات بذاتها أم أن سبيل الحكم بوجودهما فى الرياضيات هو الاستناد إلى علم آخر ؟

إن الإجابة عن هذا السؤال تجرى لدى "فيلد" على هذا النحو[20] :

1- إن السبيل المألوف لإثبات إتساق نظرية وتماسكها يتمثل فى البحث عن نموذج لها .

2- تعد معرفة الاتساق معرفة منطقية فى حالة توفر شروط خاصة بالجهات، ومثال ذلك أن معرفة الاتساق الخاص بنظرية محدودة فى البديهيات تشير إلى إمكان معرفة الترابط بين بديهيات هذه النظرية .

3- ولما كان "فيلد" يقصر اجراءات الجهة التى يعتد بها على النحو المنطقى بينما يرفض الجهات بالمعنى الرياضى .

4- فإن النموذج الخاص بمنطق الجهة الذى يرتضيه "فيلد" هو منطق الدرجة الأولى .

ما نخلص إليه هو أن "فيلد" يرى أن ادراكنا للرياضيات له طبيعة منطقية حيث أن حقائق الموجهات التى نستند إليها فى أحكامنا هى حقائق منطقية فقط . وهنا نشير إلى أن "فيلد" يرفض الأخذ بالموجهات الرياضية لسببين :

- أنها تؤدى إلى التسليم بالموضوعات الرياضية، وهذا التسليم يستلزم الاعتقاد بصدق الرياضيات ، وهو ما يرفضه بناء على موقفه المضاد للأفلاطونية .

---

(20) Field, H., Realism, Mathematics .., PP. 84 - 86 .

- أن فكرة الضرورة الرياضية فكرة مبهمة ، حسب تصوره .

يتخلى "فيلد" عن صدق الرياضيات وينكر ما قد تنطوى عليه من ضرورة وفى المقابل نجده يعوّل على الاستقراء أداة للبحث العلمى وسبيلاً لاثبات إتساق النظرية الرياضية ، فإن اعترض أحدهم عليه(21) :

- بأن معرفة الاتساق قد تكون فى بعض الأحيان ذات طابع استقرائى ومن ثم لاتصبح معرفة منطقية خالصة .

يرد "فيلد" : إن المعرفة الاستقرائية معرفة تنسجم مع المعرفة المنطقية، ويكفى أنها لاتجبرنا على البحث عن أسس بعيدة لها ، وكأنه يود أن يقول يكفى أنها فى متناول اليد .

- أو بأنه إذا كانت كل معرفة ممكنة هى معرفة افتراضية تتبع فروضها من الواقع ، مما قد يترتب على ذلك من أن معرفة الاتساق فى النظرية الرياضية يستند إلى أن نظرية رياضية بعينها تعد صادقة صدقاً فعلياً أى متحققة بالفعل .

يرد "فيلد" : أن هذا اعتراض واضح الخطأ ، فغالبا ما يضمر المرء أفكاراً تدور حول الممكن مما لاسبيل إلى تحققه بالفعل .

ونلاحظ أن هذه ردود يغلفها الطابع البراجماتى، الذى كان سمة ظاهرة لدى "فيلد" حيث يجمع شواهد تؤيد وجهة نظره ويستبعد ما يخالفها ببساطة، فهو بعد أن يشير إلى أن المعرفة الرياضية معرفة منطقية متى سلمنا بأن حقائق الجهة حقائق منطقية، راح يبرهن على أن الموجهات المنطقية أوليّه. وفى المقابل إن تناولنا المعرفة الرياضية بوصفها عمليات استنباط من المصادرات، تصبح معرفة منطقية . وهنا تنشأ مشكلات تواجه

---

(21) Ibid., PP. 880 94 .

"فيلد" –يكشف عنها "أندرو بوول" فى تعليق له – تتعلق بالطريقة التى نعرف بها إمكانية مصادرات نظرية ما ومن ثم نعرف إتساقها، لقد كان "فيلد" براجماتيا فى قوله : "إن المصادرات والنظريات تعد أمرا متاحاً وممكنا، إن كان من الصواب أن نركن إليها أو لعملها"[22]. يقول "بوول" فى الرد على ذلك : "يمكن التسليم بمصادرات نظرية ما وإتساق هذه النظرية استناداً إلى أسس أخرى غير تلك النزعة البراجماتية ، يحق لنا أن نسلم بامكان مصادرات النظريات متى جاءت هذه المصادرات منسجمة مع تحليل أحد التصورات ، مثال ذلك ، أن مصادرات الهندسة الاقليدية تعد صادقة لأنها تنسجم مع تصور المكان ، ومن ثم فالهندسة الاقليدية متسقة"[23].

ثانياً : شارلز شيهارا Charles Chihara

يتفق "شيهارا" مع "فيلد" فى محاولة إعادة صياغة النظريات الفيزيائية التى تدفعنا نحو التسليم بوجود كيانات رياضية ، بحيث لاتلزمنا فى صياغتها الجديدة بالتسليم بتلك الكيانات. وقد لاحظ "شيهارا" عظم ما وجه إلى محاولة "فيلد" من انتقادات، فاقترح مشروعاً جديداً يستبعد بموجبه الكيانات الرياضية من مجموعات وأعداد على أن يحل محلها دالات قضايا[24].

---

(22) Ibid., P. 88.

(23) Powell, A., "Possibility and Reality in Mathematics" PP. 257- 58 .

(24) عرض "شيهارا" آراءه فى :

- Chihara, C., Ontology and the Vicious- Circle Principle. Ithaca, New York, Cornall Uni. Press, 1973 .
  Constructibility and Mathematical Existence , Oxford University Press, 1990.
  "Modality without Wordls", talk to Wittgenstein Symposium, Kirchberg, Austria, 1992.

نعرض لمشروع "شيهارا" خلال ثلاثة محاور رئيسية: دالات القضايا، العوالم الممكنة ، نقده للواقعية الفيزيائية .

المحور الأول : دالات القضايا :

دالـة القضيـة Open sentence كـانت الحـل الأمثـل لـدى "شـيهارا" كفكرة أو إطار منطقـى نصـبُّ فيـه كـل معطيـات الذهـن والواقـع، دون أن نعانى من مشكلات أنطولوجية . وقد عرض "شـيهارا" بهـذا الصـدد لثـلاث أفكار منطقية يحتويها نسق "فريجه" حتى يختار من بينها الفكرة الأكثر دقة، فيقول : "... يرتبط ذلك المقعد الموجود بحجرة مكتبى بثلاث أفكار منطقيـة متمايزة تنتمى لنسق "فريجه" ، والأفكار هى أنه :

(أ) ينطوى تحت تصور "مصنوع من الخشب" .

(ب) يكمل دالة القضية "هـ مصنوع من الخشب".

(جـ) عضو ما صدقى للتصور "مصنوع من الخشب"[(25)] .

وإن تساءلنا : ما ضرورة أن نصادر على ثلاثة الأنـواع من الأفكـار المنطقيـة ؟ نجـد أن "شيهارا" يعقب بسـؤال أهم : ألا يمكـن أن تقـوم دالــة القضية بعمل الأفكار الثلاثة مجتمعة ؟

إن الأفكــار المنطقيــة الثلاثــة هــى : التصــورات وتمثلهــا (أ) ، والمجموعات وتمثلها (جـ) ودالات القضايا وتمثلها (ب) . مما لاشك فيه أن التصورات والمجموعات كيانات مجردة بينما لاتعد دالات القضايـا كذلـك؛ فإن نجحنـا فـى رد (أ) ، (جـ) إلـى (ب) حققنـا بالتـالى نجاحـا فـى استبعاد الكيانات المجردة .

---

(25) Chihara, : Constructibility and Mathematical Existence. P. 42.

اننا عندما نأخذ بدالات القضايا نعنى بالدلالات ولا نقع فى شرك الأنماط والمجموعات. ويقترح "شيهارا" رمزا يشير إلى الجهة (إلا مكان) وهو ما يسميه السور الاستدلالى (المثمر) constructibility quantifier: (CX) = من الممكن أن (X) ، الذى يلعب نفس دور السور المألوف. فإذا كانت ∅ صيغة، وكانت X أحد المتغيرات ؛ فإن ∅ (CX) تصبح صيغة وتقرأ على هذا النحو :

"من الممكن أن نستدل من (X) على أن ∅ ".

ويفيد موقف "شيهارا" هنا أن السور الاستدلالى الذى يقول به يشبه كثيراً الأسوار المألوفة من حيث البرهان والمعنى وبخاصة الأسوار الوجودية ، إلا أنه لايضفى وجوداً . فإذا قال أحدهم على سبيل المثال :

"من الممكن أن نشيد ساحة جديدة للألعاب الرياضية بالإسكندرية" فمن الواضح أننا لم نؤكد أيضاً على وجود عالم ممكن يحتوى هذه الساحة. إننا وضعنا قضية عما يمكن أن نقوم به فقط[26]. ويعلن "شيهارا" تخليه فى صياغة دالات القضايا عن السور الوجودى ورمزه X (∃X) ومنطوقه يوجد فرد واحد على الأقل وليكن (X) " ، كما ننطقه "بعض" ، ليحل محله السور الاستدلالى x (CX) . يقول : "... سيحل محل الأسوار الوجودية فى النسق الذى اقترحه أسوار استدلالية تحيط بمتغيرات لنوع مطابق من دالات القضايا ، وهنا نبقى على دالات القضايا من بين أفكار "فريجه" المنطقية الثلاثة حتى ترتبط بها الموضوعات العادية . ولا يمكن للمرء أن يؤكد وجود دالات القضايا فى النسق الذى نقترحه ، إنه يستطيع أن يؤكد إمكانية الاستدلال عليها"[27].

---

(26) Shapiro , : Modality and Ontology, P. 467 .

(27) Chihara, Op.cit., P. 45.

ويميز "شيهارا" بين نسق الاستدلال الذى يقترحه وبقية الآراء المألوفة للاستنتاج الرياضى فى المذاهب المختلفة ، فاذا كانت الرياضيات فى اطار المذهب الحدسى على سبيل المثال تعنى بتشييد بناءات عقلية واستنتاج براهين بكاملها، فإن الرياضيات عند "شيهارا" تعنى بعملية استنتاج دالات قضايا فى الأساس ، أما ما تنطوى عليه دالات القضايا من دلالات tokens فهى ما يقال أنها قابلة للاستنتاج Constructible[28]. ويضع "شهيارا" هذه الدلالات فى مواجهة ما يفنده من وجود للكيانات الرياضية وما تستلزمه من التسليم بالأنماط .

وقد ارتبط اقتراح دالات القضايا بالتعويل على "الممكن" فى مقابل "الضرورى" ، وعلى فكرة عوالم ممكنة Possible World بدلاً من عالم وحيد نستنبط منه كل رموز دالات القضايا ودلالاتها . وهنا ننتقل إلى المحور الثانى .

كأن "شيهارا" هنا أقرب إلى التسليم بالطابع الشكلانى للرياضيات التى يفرغها من كل محتوى موضوعى سواء معرفى أم وجودى، ويجعلها بمثابة هياكل فارغة تؤدى عملا ما لكنها لاتنطوى على وجود .

المحور الثانى : العوالم الممكنة :

إن "شيهارا" من القائلين بالرد reductionist ، مثله فى ذلك مثل "فيلد" ، وان كان الأول يفضل الرد أو التحويل اللغوى بينما عنى "فيلد" باستبعاد المجموعات والأعداد -أو ردها- لتحل محلها مناطق من نقاط زمكانية .

ولما كان من خصائص اللغة الطبيعية أنها لاتقبل الحصر والاحصاء،

---

(28) Ibid., P. 40 .

ذلك أن أى لغة بها مجموعات من الكلمات والعبارات والكتب .. إلخ غير قابلة للحصر ؛ فإننا نتساءل : كيف لنا أن نقوم بعملية رد لغوى مناسب للنظرية التقليدية فى الأعداد الحقيقية طالما أن أساس هذه المجموعة اللغوية من الحقائق ليس قابلاً للحصر ؟

هنا يقترح "شيهارا" فكرة العوالم الممكنة ، يقول فى ذلك :

"هيا .. لنقبل على استخدام نموذج العوالم الممكنة الذى اقترحه كريبكا Kripke حتى يتضح الأمر. إن القول بأنه يمكن صياغة رموز أو علامات لدالات قضايا محل دراستنا ، يعنى القول بأنه يوجد عالم ممكن بالنسبة لكل واحدة من رموز هذه الدالات ، حيث يتسنى للمرء فى هذا العالم أن يصوغ هذا الرمز ويستدل عليه . وليس ثمة عالم ممكن وحيد ، نصوغ كل هذه الرموز بما تشير إليه من دلالات استناداً إليه وحده . ففى الحقيقة ليس هناك ما يمنع من القول بعوالم غير قابلة للحصر تنطوى على تلك الرموز والعلاقات التى ينبغى الكشف عنها"[29].

لكن هل يضفى "شيهارا" وجودا على هذه العوالم ؟ واذا كان الأمر كذلك ألا تبدو العوالم الممكنة باعثة على احساس باشكاليات أكثر من تلك التى تثيرها الكيانات الرياضية ؟

إن نظرية العوالم الممكنة أو المحتملة تعد ضرورية لنظرية الاحتمال فى رأى "كريبكا" ، ونحن نميل إلى الابقاء على الأخيرة ، فهل نبقى على الأولى أيضاً ؟

وهنا يقترح "دونالد جيليس" وهو من القائلين بواقعية الكيانات الرياضية حلا مماثلاً لما قال به "كريبكا" ، حيث يقول :

---

(29) Ibid., P. 83 .

"إن ما يدعو إلى مزيد من الاثارة فيما يذهب إليه "شيهارا" أن نستبعد الموضوعات الرياضية لصالح العوالم الممكنة ، لكن هل نحن فى حاجة إلى فعل ذلك ؟ لو أن كلا النوعين من الكيانات يثير نفس المشكلات (الأنطولوجية والابستمولوجية) بنفس القدر ، فلِمَ لانروض أنفسنا على القول بالاثنين معاً"(30).

ويستدعى "جيليس" ما سبق أن اعترض به "كواين" على أفكار الجهة، وبخاصة ما يتعلق منها بالممكن والمحتمل ، ويقتبس عنه فقرة تقول : لننظر إلى هذا الباب ، يحتمل دخول رجل بدين ، ويحتمل دخول آخر أصلع، إنهما فى عداد الممكن، فهل هما نفس الرجل إذن ؟ وما عدد الرجال المحتمل دخولهم من هذا الباب ؟ وما عدد المتشابهين بينهم ؟ وهل نعد المتشابهين منهم شيئاً واحداً ؟ هل يتشابه شيئان ممكنان ، أم من المستحيل أن يتشابه شيئان ؟ لنقل فى نهاية الأمر : هل تصور الهوية لاينطبق ببساطة على الممكنات غير المتحققة بالفعل ؟ هل ثمة معنى للحديث عن كيانات لاتنطوى على معنى ومع ذلك تتطابق مع ذاتها وتتمايز عن غيرها(31).

قال "كواين" بكل ذلك كاشفا الصعوبات التى تتعلق بالتسليم بأناس يحتمل وجودهم وكذلك التسليم بعوالم محتملة أو ممكنة .

ويأتى رد "شيهارا" على مثل هذا النوع من الاعتراضات بأنه لايسلم فى الحقيقة بوجود العوالم الممكنة، إنه يتحدث عنها فقط على سبيل بيان

---

(30) Gillies, D., "Review on Charles Chihara, Constructibibity and Mathematical Existence", Brit. J.Phil. Sci. 43. 1992, P. 270 .

(31) Ibid.

وشرح أفكار معقدة مرتبطة بالنسق الذى تبناه ، ولا يمكن أن تكون أوليات ينطلق منها بحثه، إنما الأسوار الاستدلالية هى ما ينبغى أن يؤخذ كأوليات، يقول فى ذلك :

"ينبغى التأكيد على أن المعانى التى نستخدمها هنا وترتبط بالعوالم الممكنة هى بمثابة نوع من الأدوات المساعدة وليست أسساً تقوم عليها رياضيات هذا العمل ، إن أسوار نظرية الاستدلالية هى أوليات هذا النسق"(32).

وسواء كان رد "شيهارا" شافيا أم لم يكن ، فاننا نلاحظ أنه حاول أن يستند فى بحثه إلى أساس أولى ، إلا أنه خشى أن يقع فى براثن القول بوجود كيانات مستقلة قائمة بذاتها ، فتخلى عن التصورات والمجموعات، واقترح دالات القضايا . ثم أدركته الحاجة إلى أن يسند هذه الدالات بأسوارها ورموزها إلى عالم ينطوى على دلالات مقابلة ؛ فاقترح العوالم الممكنة ، ولم يقترح عالما ممكنا وحيدا حتى لايتحول إلى الثبات والضرورة ومن ثم الوجود عندما يصبح هذا العالم المصدر الوحيد لأسواره.إلا أنه عاد وصنف هذه العوالم الممكنة سبلا لشرح فكرته الأولى مخافة أن يسند إليها وجود . وأعتقد أنه وقع فى شرك الدور الفلسفى .

المحور الثالث : نقد الواقعية الفيزيائية

يعارض "شيهارا" أنصار واقعية كيانات الرياضيات ، سواء من يخلع عليها وجودا صوريا مفارقا يتسم بالتجريد والمثالية ، أو من يعتقد بوجود هذه الكيانات فى إطار مادى يتموضع فى المكان . ومن القائلين بالاتجاه الثانى" بيجلو" و "مادى" اللذين عرضنا لموقفهما بالتفصيل فى الفصل

---

(32) Chihara, Op.cit., P. 25 .

السابق. وهما واقعيان من نوع خاص، يعتقدان بأن الرياضيات تدور حول كيانات رياضية مستقلة عن العقل ، لكنهما ينكران أن تكون كل كيانات الرياضيات أمورا مجردة ، فهناك واقع فيزيائى يمثل طبيعة بعض هذه الكيانات على الأقل . وفيما وجه "بيجلو" اهتمامه نحو واقعية بعدية مادية الطابع تتعلق بالكليات ، جاءت واقعية "مادى" خاصة بنظرية المجموع set theory وهى التى تفرغ "شيهارا" لنقدها .

تذهب "مادى" إلى أن المجموعات المحددة يمكن أن تصبح موضوع إدراك حسى مباشر ، والمجموعات الصغيرة منها بوجه خاص . ان النظر إلى ثلاث بيضات يعنى أننا نرى مجموعة set من ثلاث بيضات. تقول مادى: "نحن نسلم بأن بعض المجموعات لايمكن أن تشغل موضعا بعينه مثل المجموعة الفارغة أو مجموعة الأعداد الحقيقية ، إلا أن الأمر يختلف بالنسبة لى فى حالة الموضوعات الفيزيائية . فمن المعقول أن نفترض لمثل هذه المجموعات موضعاً فى الزمان وكذلك موضعا فى المكان"[33].

ويعنى حديث "مادى" أن الأشياء الفيزيائية يمكن أن تكون مجموعات sets ، وأن هذه المجموعات تصبح موضوع إدراك حسى ، وهنا يفترض أن نقيم علاقة عليّة معها ونتعلم شيئا عن طبيعتها . وهنا يشرع "شيهارا" فى توجيه عدة انتقادات إلى "مادى" منها :

أ - المجموعة ذات العضو الوحيد :

لو نظرنا إلى تفاحة وحيدة فوق سطح منضدة فانها تشكل حسب رأى

---

(33) Maddy , P. "Perception and Mathematical Intuition" Philosophical Reviw, 89, 1980, P. 163.
quoted from : Gillies, D., Op.cit., P.271 .

"مادى" مجموعة عضوها الوحيد هو التفاحة ، وأن هذه المجموعة حلت إلى الوجود فى اللحظة عينها الذى حلت فيها التفاحة إلى الوجود ، ونفس الأمر فى حالة الغياب عن الوجود. ويتساءل "شيهارا" : ماذا تشبه هذه المجموعة؟ ويرد : إنها تشبه التفاحة فى وضوح تام ، كما تشبهها فى الاحساس بها وعند لمسها ، وهنا يتساءل فى سخرية : هل ياترى تختلف المجموعة فى مذاقها عن مذاق التفاحة ؟ إننا لو جربنا ذلك لانتهينا إلى أن مذاق المجموعة هو نفس مذاق التفاحة[34] .

ويعكس هذا النقد الساخر موقف "شيهارا" من رفض التسليم بالمجموعات سواء كانت مجردة أم عينية ، ونلاحظ أن موقف "مادى" شابه نوع من الخلط هيأ لـ "شيهارا" هذه السخرية فيبدو أنها أرادت أن تضفى مزيداً من الواقعية على الكيانات الرياضية بما فيها المجموعات فاقترحت تجسيد بعض المجموعات فخرجت علينا بفكرة جديدة لكنها تحمل كثيراً من المشكلات ، منها ما يكشف عنه "شيهارا" عندما يستطرد : ان ما يوجد أمامه ليس مجرد تفاحة فقط ، ثم مجموعة واحدية عضوها الوحيد هو تلك التفاحة ، بل يوجد أيضاً مجموعة واحدية عضوها الوحيد هو مجموعة واحدية كان عنصرها الوحيد هو التفاحة . ومن الواضح أننا لو سلمنا بهذا المنوال من الاستدلال فسوف نستدل على وجود ما لانهاية له من الموضوعات تقبع فوق المنضدة . والعجيب أن هذه الموضوعات المختلفة تشغل نفس المساحة المكانية ، والأكثر عجباً من ذلك أن ما لانهاية له من الموضوعات المجردة يوجد ساعة وجود التفاحة ، ويغيب عن الوجود لحظة غيابها أيضاً[35] .

---

(34) Chiharei, Op.cit., P.201 .

(35) Ibid., P. 201- 202 .

وكأن لسان حال "شيهارا" يقول إن الحاجة ماسة لعمل شئ يوقف تكاثر قاطنى المجموعات الواحدية ، ويجعلها تحت السيطرة، فلم يجد سبيلاً إلى ذلك إلا رفض المجموعات بنوعيها .

ب- المجموعة اللامحدودة والأرواح الطليقة :

المجموعات اللامحدودة transfinite sets ضرب من الكيانات غير المحسوسة لا تكتسب موضوعيتها –فى رأى القائلين بها– من أمثلة حسية لها فى الواقع ، بل نسلم بموضوعيتها حتى لو لم نجد لها مقابلا نشاهده، مثال ذلك العبارة العددية $1000^{1000^{1000}}$ ، أنها رمز ذات معنى لكنها بلا ما صدقات تحت أيدينا ، أنها واقعية ومستقلة عنا وعن أفكارنا الذاتية[36] .

يواجه "شيهارا" "مادى" بنقد آخر يتعلق بهذا النوع من المجموعات، فلو أن بعض مجموعات الموضوعات الفيزيائية موجودة فى مكان وزمان ويمكن ادراكها بالحواس فإن ذلك لاينطبق على المجموعات اللامحدودة ولا يعد صادقاً بالنسبة لها . ليس فى مقدورنا أن نتفاعل عليّا مع هذه المجموعات . إنها مثل الأرواح الطليقة غير المتجسدة قد نؤمن بوجودها لكن لا سبيل لاقامة اعتقاد معرفى بها[37] . وقد ترد "مادى" ومن يذهب مذهبها إلى أن الناس يدركون دائماً مجموعات مختلطة mixed sets تنطوى على التسليم بالمجرد والعينى معا، وكأنها تقول إن ذلك يوفر شرطا معرفيا كافياً للتسليم بوجود ماهو مجرد وخالص . لكن "شيهارا" لا يقبل مثل هذا الرد ، ويبقى لديه تساؤل ملح : كيف نحصّل معرفة بخصائص موضوعات نظرية المجموعة اللامحدودة ؟ ولا يصلح للاجابة عنه أن

---

(36) محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص 78 : 79 .

(37) Chihara, Constructibility .. P.214.

نقول: أننا نحصل تلك المعرفة باقامة تفاعل عليّ مع المجموعات المختلطة. إن من يصرح بذلك مثله مثل من أراد أن يعرف الأرواح الخالصة غير المتجسدة فراح يفحص ويستقصى الأرواح المختلطة ، تلك التى تجمع بين عقول وأجساد ونطلق عليها إنسان . وهنا نتساءل من جديد: أليس ثمة مشكلة فى تفسير تحصيلنا معرفة بالأرواح الخالصة ما دمنا نتفاعل عليا مع الأرواح المختلطة باستمرار ؟

لاشك أن هناك مشكلة، وقد أثار "شيهارا" المشكلة فى وجه "مادى" وأقرانها ، ولم يكن يود البحث لها عن حل . لكن هناك من يضع حلا لهذه المشكلة حين يسلم بالتصنيف الثنائى للرياضيات : خالصة وتطبيقية . نسلم بما هو تطبيقى لأننا نلمسه فى العلم وتطبيقاته ، وبخاصة فى الفيزياء ، أما ما كان خالصاً مثل نظرية المجموعة اللامحدودة والتى لاتنطبق على العلم فإنه يمكن تصنيفها على أنها ميتافيزيقا . إن مثل هذه النظريات الرياضية الخالصة لا توجد فى العالم الفيزيائى ولا يمكن أن نتفاعل معها بصورة عليّه كما أشار "بيناسيراف" لكن ذلك لايدعونا إلى إنكار القول بها، إنها مسألة اعتقاد وتأمل أكثر منها مسألة معرفة . وهنا يذهب "جيليس" إلى أن ما أشار إليه "شيهارا" من تماثل بين نظرية المجموعة اللامحدودة والأرواح الطليقة يصبح مناسباً فى هذا السياق إلى حد كبير . إن نظرية الأرواح الطليقة بمثابة تأمل ميتافيزيقى ودينى ، ومن ثم تنتمى إلى نفس الفئة التى تضم نظرية المجموعة اللامحدودة . إن من اليسير أن نصوغ نظريات علمية حول الأرواح فى حال تجسدها أو الأشخاص ، أما صياغة نظريات عن الأرواح غير المتجسدة فإنه يعود إلى عالم الدين والميتافيزيقا(38) .

ولايملك المرء فى نهاية هذا الفصل إلا أن يقرر ما يعتقد به وهو أن

---

(38) Gillies, D., Op.cit., P. 276 .

"فيلد" و "شيهارا" عندما أنكرا الوجود الواقعى لكيانات الرياضيات قد أثارا عددا من المشكلات الابستمولوجية لا يقل عددا عما تثيره المذاهب الواقعية، بل يزيد فى رأينا . إننا نسلم بأن محاولة التخلص من الطرح الميتافيزيقى التأملى لبعض مباحث الفلسفة لايعنى من جانبنا الارتماء فى أحضان تبريرات براجماتية لوجود التصورات أو دلالاتها، كما لايعنى الاغراق فى الشكلانية وما تجره على الإنسان العاقل من ممارسات الببغاوات . ونؤكد أنه لايعنى فى كل الحالات اللجوء التام لمحتوى التجربة الإنسانية المحدودة بمكان وزمان لجعلها تنطوى بتعسف واضح على مبادئ وقوانين وسنن لايحدها زمان ومكان إن فى صدقها أو حتى فى وجودها.

خاتمة ومراجع

خاتمة

احتوى الفصل الأول من هذا البحث على فرضياته الأساسية التى كان من بينها : مدى ما ينطوى عليه القول بواقعية كيانات الرياضيات من نتائج. وما طبيعة الجسر المعرفى الذى يربطنا بهذه الكيانات ، وما طبيعة الحصيلة المعرفية لنا فى نهاية الأمر . وكنا نتخطى دروب وشعاب هذا البحث مسلحين بافتراض أساسى عن المعرفة فحواه أنها : اعتقاد صادق متى توفر لدينا أسس ومبررات الحكم بصدقه .

وتضمنت بقية الفصول من الثانى إلى الخامس جهود العلماء وفلاسفة الرياضيات فى إبراز أهمية وجدوى التفسير الذى يتحمسون له. ويمكن أن تنضوى هذه التفسيرات رغم تعددها وتباينها فى ثلاثة اتجاهات :

- اتجاه يجعل من المعرفة الرياضية فاتنة ساحرة من حيث الشكل، يقينية دقيقة أولية من حيث المضمون .
- اتجاه يميل لتبسيط هذه المعرفة وجعلها مسطحة فى نهاية الأمر حيث أنها ليست سوى مواضعات واصطلاحات وشكلانية خالصة.
- اتجاه وسطى يرى فى الرياضيات علماً لدى جميع الأطراف : لدى عالم الرياضيات المعنى بالمعرفة ، ولدى العالم الذى يستخدمها، ولدى المشتغل بالعلوم الادراكية الذى يتفرغ لشرحها وتفسيرها .

ولن نعود فى الخاتمة لمناقشة ما انتهينا منه فى الفصول ، وانما نشير إلى بعض النتائج والملاحظات العامة ، إما لأنها تؤيد ما وضعناه من

فروض أو أنها تكشف عن بعض الحقائق التى تتخطى موضوع كل فصل على حدة ، ومنها :

1- إن القول بواقعية الموضوعات المجردة أو كيانات الرياضيات يسود فى أدبيات الخطاب الفلسفى بصورة أوضح من محاولات إنكاره حتى أننا نزعم أن مظاهر مناهضة الواقعية قد دارت حول مدى الدور المعرفى الذى يسند إلى هذه الكيانات ، لكن مع التسليم بوجود ما ، تتمتع به الكيانات . لأن إنكار وجودها بصورة تامة يعنى لدينا إنكار قيام معرفة على إطلاقها ، فالوجود سابق على المعرفة فى حالتنا هذه، ومحاولة الحديث عن معرفة ما نشكك فى وجوده أمر ينطوى على مفارقة واضحة.

2- من البديهيات المسلم بها فى الحقل الفلسفى أن الأغلب الأعم للمعرفة الإنسانية نتاج للاستدلال والبرهان ، وأن حصيلة الإنسان بالمعرفة المباشرة قليلة . فإذا كانت الواقعية العلمية تسلم بدور هام تقوم به الكيانات النظرية فى العلوم الطبيعية رغم أنها أمور خفية . فعلينا أن نقيم استدلالا على مرحلتين، يشير فى الأولى إلى الدور الذى تلعبه الرياضيات فى إرساء العلوم الطبيعية وتطويرها ، ويشير فى الثانية إلى أن أهمية تسليمنا بواقعية أنطولوجية لكيانات الرياضيات يشكل الأساس الأولى لبناء معارف رياضية موثوق بها تتجاوز الخبرات الإنسانية المتغيرة والمتغايرة .

3- رغم ما انتهى إليه بعض فلاسفة العلم والرياضيات من أنه ليس ثمة إختلاف فى الوضع الابستمولوجى بين حقائق المنطق والرياضيات الخالصة من جهة والنظريات الفيزيائية والتجريبية من جهة أخرى . إلا أننا نميل إلى القول بأن السبق والأولية هى فى صف المنطق

والرياضيات معا قبل العلم الطبيعى نظرياً كان أو تطبيقياً . وإن كان ثمة ضرورة للتمييز بين المنطق والرياضيات ، فإن الأولية للمنطق فالرياضيات .

4- ان التسليم باسناد خصائص بعينها للكيانات الرياضية يكشف عن طبيعة الواقعية التى تقول بها. فإن سلمنا لها بالصدق والضرورة واللزوم والأولية والقبلية فإننا أفلاطونيو النزعة . وان رحنا نبحث عن شواهد للصدق أو مبررات للضرورة أو قرائن على اللزوم .. إلخ فاننا نقع حينئذٍ فى مغبة التبرير . معنى ذلك أنه إذا تم تبرير معرفتنا بالكيانات الرياضية استناداً إلى دور تلعبه فى بناء نظرية علمية تنشد تدعيما تجريبيا ، فإن هذه النظرية لاتصنف على أنها معرفة قبلية من ناحية ، كما أن الحقائق التى سبق أن نسبناها للكيانات الرياضية تفتقر ساعتها إلى الوضوح الذاتى والاستقلال من ناحية ثانية .

5- ان الرياضيات –مثل المنطق – تشكل أساساً لا غنى عنه للمعرفة الإنسانية ، سواء أكانت عقيدتنا فى المعرفة تستند إلى العقل أم التجربة أو إلى كليهما . والتحليل البعيد للرياضيات ينتهى بنا إلى افتراض وجود كياناتها الأولية التى تتسم بالبداهة والصحة والضرورة والاتساق . وينبئنا الاستدلال المنطقى فى عمق الزمن أن هذه الكيانات لا زمن لها مما يكسبها طبيعة المعيار الأزلى الثابت لمعارفنا المتدرجة النامية .

6- ان لكيانات الرياضيات بعدين معرفيين على الأقل ، يرتبط الأول بسبل معرفتنا بهذه الكيانات ، ويدور الثانى حول أهمية معرفتنا بهذه الكيانات فى تأسيس المعرفة الإنسانية فى شتى جوانبها . يتحقق البعدان متى استندنا إلى الشروط المعرفية التى افترضناها فى مطلع هذا البحث، وهى شروط الاعتقاد والصدق والتسويغ . فقد ثبت لنا فى أكثر من

موضـع أن المعرفـة بكيانـات الرياضيـات بصفـة خاصـة والمعرفـة الرياضية بصفة عامة "اعتقاد صادق تم تبريره" ، كمـا أن أى وجه من وجوه المعرفة الإنسانية يكتسب درجة صدق أعلى ويصبح بمثابة اعتقاد مسوغ متى استند إلى المعرفة الرياضية التى تعنى درجة أعلى من الدقة والضبط والوضوح .

7- وبناء على ما تقدم -صفحات البحث والنتائج- أميل إلى التسليم بوجود واقعى لكيانـات الرياضيات ، لأن إنكار هذا الوجود يؤدى إلى اثـارة مشكلات أبستمولوجية يزيد كثيراً عما تثيره المذاهب الواقعية . وقد يفسر القارى ميلنا هنا على أنه ضرب من التأمل الميتافيزيقى ، وموقفى حيال تفسيره هو التأكيد على ما سبق أن قررته من أن محاولة التخلص من تأملات ميتافيزيقية تتشح بها بعض مباحث الفلسفة لا يعنى من جانبنا الاستناد إلى تبريرات عملية عن وجود التصورات ودلالتها، أو يعنى اللجوء التام لمحتوى التجربة الإنسانية المحدودة لتبرير مبادئ عامة وسنن وقوانين تتخطى حدود الزمان والمكان .

والله من وراء القصد ،،

مراجع ومعاجم عربية

أولاً : المراجع

1- أسامة الخولى : "فى مناهج البحث العلمى : وحدة أم تنوع" مجلة الفكر مجلد 20 ، عدد1 .

2- إمام عبد الفتاح إمام : المنهج الجدلى عند هيجل ، دار المعارف. القاهرة 1969.

3- زكى نجيب محمود : نحو فلسفة علمية ، الأنجلو المصرية، القاهرة 1980 .

4- محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى، دار النهضة العربية. بيروت 1984 .

5- ―――――― : فلسفة الرياضة ، دار النهضة العربية، بيروت 1969 .

6- محمد محمد قاسم : كارل بوبر نظرية المعرفة فى ضوء المنهج العلمى ، دار المعرفة الجامعية 1994.

7- ―――――― : جوتلوب فريجه نظرية الأعداد بين الابستمولوجيا والأنطولوجيا ، دار المعرفة الجامعية 1991 .

8- ―――――― : نظريات المنطق الرمزى ، دار المعرفة الجامعية، 1990 .

9- محمود فهمى زيدان : المنطق الرمزى ، دار النهضة العربية. بيروت 1979 .

10- محمود فهمى زيدان : فى فلسفة اللغة . دار النهضة العربية، بيروت 1985 .

11- ______________ : نظرية المعرفة عند مفكرى الإسلام وفلاسفة الغرب المعاصرين . دار النهضة العربية . بيروت 1989 .

ثانياً : المعاجم

1- جميل صليبا : المعجم الفلسفى . جزءان. دار الكتاب اللبنانى . بيروت .

2- عبد المنعم الحفنى : المعجم الفلسفى . الدار الشرقية. القاهرة 1990 .

3- محمد على التهانوى : كشاف إصطلاحات الفنون والعلوم. تحقيق على دحروج، مراجعة رفيق العجم مكتبة لبنان . بيروت 1995 .

4- مجمع اللغة العربية : المعجم الفلسفى ، إشراف إبراهيم بيومى مدكور . الهيئة العامة للكتاب ، القاهرة 1979 .

5- المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم : المعجم العربى الأساسى . لاروس 1989 .

- مراجع أجنبية :

1- Benaceraf, P. "Mathematical Truth" Journal of Philosophy, 70. 1973 .

2- Chihara, C. "Ontology and the Vicious- Circle Principle. Ithaca, New York, Cornell Uno. Press. 1973.

3- Currie, G. "Frege On Thoughts" Mind. Vol. 354 1980.

4- Dancy, J. "An Introduction to Contemporary Epistemology. Basil Blackwell, Oxford. 1985.

5- Field, H., Science Without Numbers, Black well, 1980.

6- Realism, Mathematics , and Modality , Clarendon Press. Oxford. 1989.

7- "The Conceptual Contingency of Mathematical Objects" . Mind. Vol. 102 1993.

8- Frege, G. "Uber Sinn und Bedeutung" Translated into English by Max Black as "On Sense and Reference", in Philosophical Review, Vol. LVII.

9- Gillies, D., "Review On Charles Chihara, Constructibility and Mathematical Existence", Brit. J. Philo- Sci. 43. 1992.

10- Hale, Bob. Abstract Objects, Basil Black well Inc. New York. 1988.

11- Katz, J.J. "What Mathematical Knowledge Could Be?" Mind .Vol. 104. 415. Oxford Uin. Press. 1995.

12- Kneale, W.&M., The Development of Logic, Clarendon Press. Oxford. 1984.

13- Maddy, P. "Perception and Mathematical Intuition" Philosophical Review. 89. 1980.

14- Maddy, P., Realism In Mathematics, Clarendon Press. Oxford. 1990.

15- Milne, P. "The Physicalization of Mathematics" Brit. J. Phil. Scie. 45. 1994.

16- O'hear, A., Karl Popper, Routledge & Kegan Paul, London, 1980.

17- Popper, K., Objective Knowledge, An Evolutionary Approach, Oxford. Clarendon Press. 1972.

18- Powll, A. "Possibility and Reality in Mathematics" Brit. J.Phil. Sci. 43. 1992.

19- Putnam, H. (1975). Mathematics, Matter and Method. Cambridge University Press, London.

20- , (1972) Philosophy of Logic, George Allen & Unwin, London.

21- Quine, W.V., From a Logical Point of View, Harper Torch books, Harvard. 1961.

22- , Philosophy of Logic, Prentice - Hall, Inc. Loudon, 1970 .

23- "Godel, Kurt" in Collier's Encyclopedia, Vol. 11.

24- Runes, D. (Ed.) Dictionary of Philosophy. Littlefield, Adams & Co. New Jersey, 1981.

25- Shapiro, S., "Modality and Ontology", Mind, Vol. 102. 407. Oxforduni. Press. 1993.

26- Thiel, Christ., Sense And Reference In Frege's Logic. Reidal Pub. Comp. Holland. 1968.

27- Wright, C., Ferge's Conception of Numbers As Objects. Aberdeen University Press. G. Britain, 1983.

رقم الإيداع بدار الكتب

1995 / 1106

الترقيم الدولى I.S.B.N

977- 273- 143 - 6